COLEGIUL "MIHAIL CANTACUZINO"
SINAIA

Nr. I/2020

MATEMATICA DINCOLO DE MANUAL

SINAIA, 2020

ECHIPA DE REDACŢIE

Coordonatori proiect: Doinaru Mihaiela

Guzu Liliana – Camelia

Tehnoredactor: Guzu Liliana – Camelia

Editor principal: Guzu Liliana – Camelia

Echipa de redacţie: Doinaru Mihaiela

Guzu Liliana – Camelia

Laiu Răzvan

Corectură: Laiu Răzvan

Copertă: Guzu Liliana – Camelia

Adresa redactiei: Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia

Calea Bucuresti nr. 40, Sinaia, Prahova

Telefon: 0244 311 931

Fax: 0244 311 931

Email: cmcsinaia@colegiulmihailcantacuzino.ro

cmcsinaia@yahoo.com

Pagina web: http://colegiulmihailcantacuzino.ro/

Cu sprijinul:

Director: Arieşan Aurora

Director adjunct: Drăcea Mihaela

ISSN 2668-9049

ISSN-L 2668-9049

Cuvânt înainte

Concursul judeţean de matematică “Matematica dincolo de manual” este gândit ca o manifestare anuală care îşi propune comemorarea distinsului profesor de matematică, Adrian Ghioca şi stimularea elevilor capabili în performanţă matematică.

Pasionat de matematică încă din liceu, Adrian Ghioca a îmbrăţişat cariera didactică din vocaţie şi a ajuns, astfel, în scurt timp, un strălucit profesor de matematică şi un bun manager de instituţie şcolară. Pedagog desăvârşit, preocupat permanent de modernizarea învăţământului matematic preuniversitar, dublat de o minte limpede şi ascuţită, a contribuit efectiv la ridicarea învăţământului românesc la nivelul unor standarde europene.

Educaţia ştiinţifică reprezintă, cu siguranţă, dimensiunea fundamentală a educaţiei omului mileniului III. Ea contribuie decisiv la formarea individului în spiritul respectului faţă de adevăr, îi dezvoltă gândirea creatoare, îi conferă încredere în propriile forţe şi în capacitatea sa de a se integra, cu rezultate superioare în lumea sa umană şi naturală.

Tematica acestui concurs apelează la inteligenţa, la inventivitatea şi ingeniozitatea elevilor pentru a îmbina talentul artistic cu bagajul de cunoştinţe matematice.

Pentru formarea competenţelor necesare străbaterii drumului spre cheia succesului trebuie să oferim elevilor noştri posibilitatea de a-şi manifesta iniţiativa în toate domeniile vieţii şcolare şi personale, să le permitem alegerea metodei potrivite, dintr-o diversitate de metode cunoscute și să-i îndrumăm pentru a putea să acţioneze la cele mai ridicate standarde.

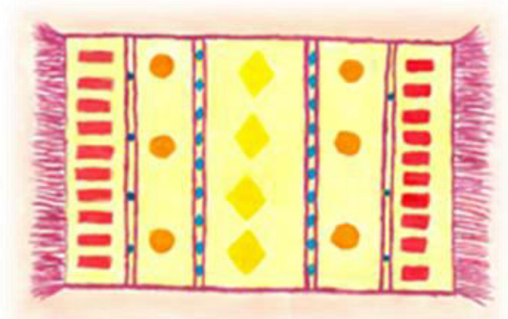
Mulţumim tuturor participanţilor!

Cuprins

Secţiunea I - Concurs cu participare indirectă
„Ornamente şi culori în arta populară românească”

Clasa I

Premiul I
Părăuţă Alexia
Şcoala Gimnazială “George Enescu” Sinaia
Prof. înv. primar Cobeanu Mihaela



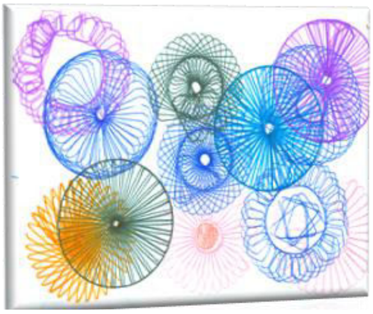
Premiul I
Elisei Sebastian
Şcoala Gimnazială nr. 1 Mizil
Prof. înv. primar Bănărescu Monica

Premiul II
Ghiţă Yarina
Şcoala Gimnazială nr. 1 Mizil
Prof. înv. primar Bănărescu Monica

Premiul II
Chirica Maria
Şcoala Gimnazială “George Enescu” Sinaia
Prof. înv. primar Cobeanu Mihaela

Premiul III
Manu Rebeca
Şcoala Gimnazială “George Enescu” Sinaia
Prof. înv. primar Cobeanu Mihaela

Premiul III
Păun Robert
Şcoala Gimnazială nr. 1 Mizil
Prof. înv. primar Bănărescu Monica

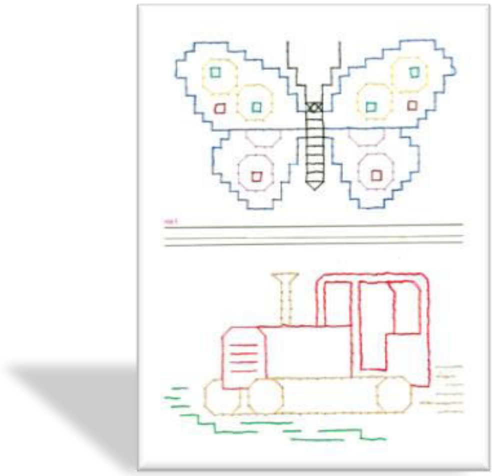


Menţiune
Manu Rebeca
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv. primar Cobeanu Mihaela

Menţiune
Bartis Peter
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv. primar Cobeanu Mihaela

Clasa a II-a

Premiul I
Băcăoanu Paula
Liceul Teoretic Adjudeni, judetul Neamt
Prof. înv. primar Chihalau Cristina



Premiul I
Popescu Vlad
Şcoala Gimnazială "Principesa Maria" Sinaia
Prof. Doinaru Mihaiela

Premiul I
Iacob Amalia
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv.primar Ghiţă Cristina

Premiul I
Negoiţă Teodora
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv.primar Guzu Camelia

Premiul I
Măhăică Monica
Liceul Teoretic Adjudeni, judetul Neamt
Prof. înv. primar Chihalau Cristina

Premiul II
Băcăoanu David
Liceul Teoretic Adjudeni, judetul Neamt
Prof. înv. primar Chihalau Cristina

Premiul II
Biro Kristzina
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv.primar Guzu Camelia

Premiul III
Iosub Alessandra
Liceul Teoretic Adjudeni, judetul Neamt
Prof. înv. primar Chihalau Cristina

Premiul III
Gheorghe Denisa
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv.primar Guzu Camelia

Menţiune
Iancu Irina
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv.primar Guzu Camelia

Menţiune
Coman Tiberiu
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv.primar Guzu Camelia

Clasa a IV-a

Premiul I
Secara Lidia
Şcoala Gimnazială nr. 81, Bucureşti
Prof. înv. primar Ursache Anişoara

Premiul I
Licu Denisa
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv.primar Floştoiu Mihaela

Premiul I
Spurcaciu Andrada
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. înv.primar Floştoiu Mihaela

Premiul I
Păun Maria
Şcoala Gimnazială "George Enescu"
Sinaia
Prof. înv.primar Ivănică-Nedelcu Otilia

Premiul II
Doloiu Miruna
Şcoala Gimnazială nr. 81, Bucureşti
Prof. înv. primar Ursache Anişoara

Premiul II
Deleanu Amalia
Şcoala Gimnazială "George Enescu"
Sinaia
Prof. înv.primar Ivănică-Nedelcu Otilia

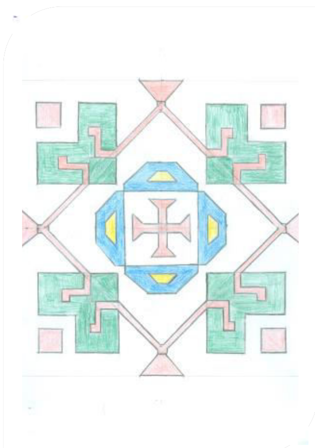
Premiul III
Manolache Răzvan
Şcoala Gimnazială nr. 81, Bucureşti
Prof. înv. primar Ursache Anişoara

Premiul III
Vişinescu Iris
Şcoala Gimnazială "George Enescu"
Sinaia
Prof. înv.primar Ivănică-Nedelcu Otilia

Menţiune
Părăuţă Alice
Şcoala Gimnazială "George Enescu"
Sinaia
Prof. înv.primar Ivănică-Nedelcu Otilia

Menţiune
Georgescu Alexia
Şcoala Gimnazială nr. 81, Bucureşti
Prof. înv. primar Ursache Anişoara

Clasa a V-a



Premiul I
Tudor Irina
Şcoala Gimnazială "George Enescu"
Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Clasa a VI-a

Premiul I
Muşat Anisia
Şcoala Gimnazială "Principesa Maria" Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

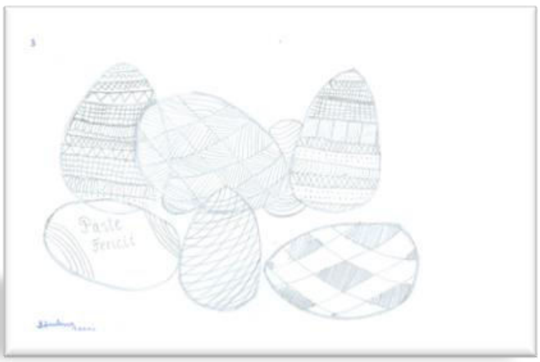
Premiul II
Neculae Ana
Şcoala Gimnazială "Principesa Maria" Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Clasa a VII-a

Premiul I
Năparu Antonia
Şcoala Gimnazială "George Enescu" Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Premiul II
Breahnă Geanina
Şcoala Gimnazială "Principesa Maria" Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Premiul III
Preda Cristian
Şcoala Gimnazială "Principesa Maria" Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase



Menţiune
Bănulescu Ioana- Alexandra
Şcoala Gimnazială "Principesa Maria" Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Clasa a IX-a

Premiul I
Neagoe Alexandra
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Premiul II
Dima Ioana
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Clasa a X-a

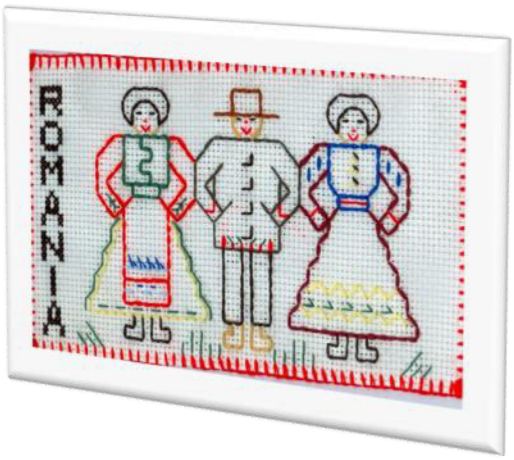
Premiul I
Doinaru Maria
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Prof. Doinaru Mihaiela

Premiul I
Doinaru Maria
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Prof. Doinaru Mihaiela

Premiul I
Doinaru Maria
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Prof. Doinaru Mihaiela

Premiul I
Doinaru Maria
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Prof. Doinaru Mihaiela

Premiul I
Doinaru Maria
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Prof. Doinaru Mihaiela

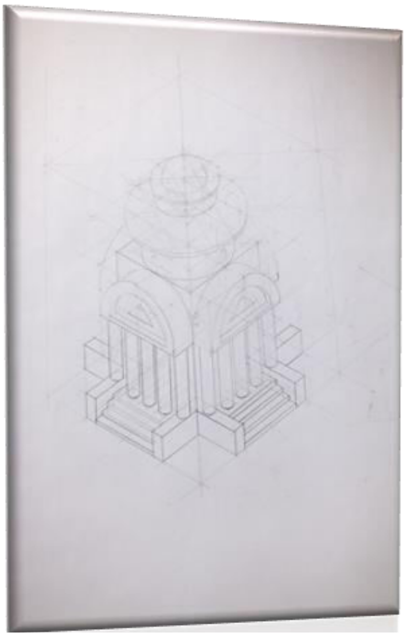


Premiul I
Doinaru Maria
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Prof. Doinaru Mihaiela

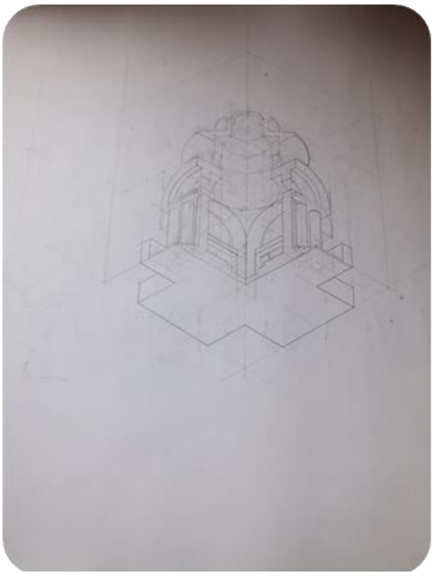
Premiul I
Doinaru Maria
Colegiul “Mihail Cantacuzino” Sinaia
Prof. Doinaru Mihaiela

Premiul I
Bălan Andra
Colegiul “Mihail Cantacuzino” Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

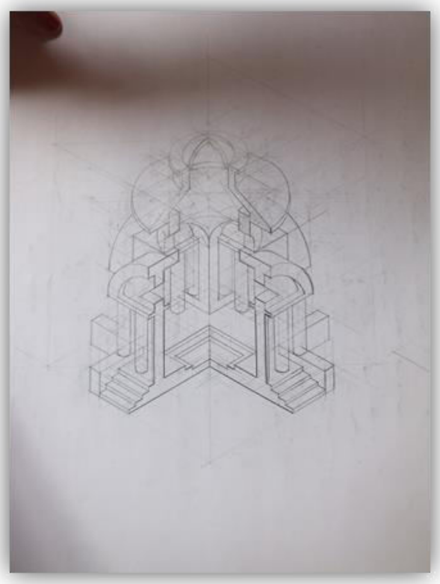
Clasa a XI-a



Premiul I
Marinoiu Maria
Părăuță Andreea
Colegiul “Mihail Cantacuzino” Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase



Premiul I
Marinoiu Maria
Părăuță Andreea
Colegiul “Mihail Cantacuzino” Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase



Premiul I
Marinoiu Maria
Părăuță Andreea
Colegiul “Mihail Cantacuzino” Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Premiul I
Dima Sebastian
Colegiul “Mihail Cantacuzino” Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Clasa a XII-a

Premiul I
Ungureanu Cristina
Colegiul “Mihail Cantacuzino” Sinaia
Prof. Mocănescu Tănase

Secţiunea a II-a - Subiecte date la concursul „Matematica dincolo de manual” 6 aprilie 2019

Clasa a II-a

1. Elevii din clasa a II-a, dintr-un oraș din România, au fost în excursie în munții Bucegi, unde au văzut o mulțime de plante ocrotite de lege, printre care și renumitul bujor demunte, preferat de Regina Maria. Le-a plăcut atât de mult, încât au vrut să culeagă pentru sertarul cu amintiri câteva. Pentru a afla câte flori au cules elevii clasei a II-a, rezolvă următorul exerciţiu. Aflați a – b + c ştiind că a este răsturnatul lui c, c este mai mare decât b cu 149, iar b este cel mai mare număr impar de 2 cifre distincte.

Problemă propusă de:

Săcuiu Carmen, prof. înv. primar Școala Gimnazială ”Nestor Urechia”, Bușteni

Guzu Liliana - Camelia, prof. înv. primar Şcoala Gimnazială ”George Enescu”, Sinaia

2. Află câte jucării au împreună George și Rareş ştiind că:

- numărul roboţilor lui George este cuprins între 210 și 225, având cifra unităților 8;
- numărul maşinilor lui George este împătritul lui 7;
- numărul roboţilor lui Rareş este cu 26 mai mic decât numărul roboţilor lui George;
- numărul maşinilor lui Rareş este dublu decât numărul maşinilor lui George.

Problemă propusă de:

Guzu Liliana - Camelia, prof. înv. primar Şcoala Gimnazială ”George Enescu”, Sinaia

3. În urmă cu 4 ani, Maria avea 7 ani. Sora sa, Irina, este cu 6 ani mai mică.

a) Peste câți ani suma vârstelor celor două surori va fi cel mai mic număr par mai mare decât 30?

b) Ce vârstă va avea fiecare dintre ele atunci?

Problemă propusă de:

Andreescu Camelia, prof. înv. primar Şcoala Gimnazială Nr. 81 Bucureşti

4. George are 328 de lei. Andrei are cu 249 lei mai mult decât ar avea George dacă ar cheltui 67 lei. Sorina are cu 375 lei mai puțin decât predecesorul sumei deținute de Andrei.

Câți lei au împreună cei trei copii?

Problemă propusă de:

Andreescu Camelia, prof. înv. primar Şcoala Gimnazială Nr. 81 Bucureşti

SUCCES!

Notă: Timp de lucru – 90 minute. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Clasa a III-a

1. Elevii din clasa a III-a, dintr-un oraș din România, au fost în excursie în munții Bucegi, unde au văzut o mulțime de plante ocrotite de lege, printre care și renumitul bujor de munte, preferat de Regina Maria. Le-a plăcut atât de mult, încât au vrut să culeagă pentru sertarul cu amintiri câteva. Pentru a afla câte flori au cules elevii clasei a III-a, rezolvă următorul exercițiu.

Se dă:

$(7 \times 3 - a \times 4) \times 9+107 = 152$

$1000 - 7 \times 6 - 2 \times (19 - b \times 3) = 956$

Calculează cu cât este mai mare produsul succesorilor numerelor a şi b, decât produsul predecesorilor lor.

Problemă propusă de:

Săcuiu Carmen, prof. înv. primar Școala Gimnazială ”Nestor Urechia”, Bușteni

Guzu Liliana - Camelia, prof. înv. primar Școala Gimnazială ”George Enescu”, Sinaia

2. Suma a 5 numere naturale este 105. Dacă primele 4 numere sunt pare consecutive, iar al cincilea număr este un sfert din suma primelor 4 numere, să se afle cele 5 numere.

3. În cadrul campaniei „Din inimă pentru o inimă”, copiii au strâns struguri pe care le-au pus în 20 de coşuri. Fiecare coş cântărea 3 kg, iar două coşuri goale, 1 kg. Întreaga cantitate de struguri a fost vândută cu 8 lei kg. Un sfert din banii încasaţi au fost folosiţi pentru decorarea şcolii, iar restul au fost donaţi casei de copii. Care este suma donată casei de copii?

Problemă propusă de:

Guzu Liliana - Camelia, prof. înv. primar Școala Gimnazială ”George Enescu”, Sinaia

4. Marius, Andrei şi Dragoş sunt fraţi. Suma vârstelor celor 3 fraţi este de 77 de ani. Andrei este cu 16 ani mai mic decât Marius şi cu 2 ani mai mare decât Dragoş.

a) Câţi ani are fiecare?

b) Ce vârstă vor avea împreună peste 5 ani?

Problemă propusă de:

Guzu Liliana - Camelia, prof. înv. primar Școala Gimnazială ”George Enescu”, Sinaia

SUCCES!

Notă: Timp de lucru – 90 minute. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Clasa a IV-a

1. Elevii din clasa a IV-a, dintr-un oraș din România, au fost în excursie în munții Bucegi, unde au văzut o mulțime de plante ocrotite de lege, printre care și renumita floare-de-colț, preferată de Regina Maria. Le-a plăcut atât de mult, încât au vrut să culeagă pentru sertarul cu amintiri câteva.

Aflați câte au rupt, rezolvând exercițiul de mai jos.

47502:[17+23x3-(34:2+123:3)+10X5+9] – 546=

Problemă propusă de:

Săcuiu Carmen, prof. înv. primar Școala Gimnazială ”Nestor Urechia”, Bușteni

2. Un monument unic în lume îl reprezintă Crucea închinată eroilor români din Primul Război Mondial (construit la îndemnul Reginei Maria, între anii 1924 - 1928), război în care și-au pierdut viața 30 000 de militari.

Aflată la o altitudine de 2291 metri și o înălțime de ...... metri, Crucea de pe vârful Caraiman a fost înscrisă în Cartea Recordurilor, ca urmare a demersurilor făcute de inginerul Alexandru Dan Bartoc, începând cu anul 2013. Aflați înălțimea acesteia, în metri și centimetri, rezolvând problema:

Care este câtul și restul împărțirii, știind că:

- deîmpărțitul este un număr natural, cuprins între 3 000 și 4000, având la ordinul sutelor cea mai mare cifră pară, la ordinul zecilor, cea mai mare cifră impară, iar la unități, câtul dintre 100 și el însuși;
- împărțitorul este cel mai mare număr format din zeci și unități.

Problemă propusă de:

Săcuiu Carmen, prof. înv. primar Școala Gimnazială ”Nestor Urechia”, Bușteni

3. Andrei parcurge un drum mergând cu bicicleta în 5 zile. În prima zi parcurge 1/3 din drum, a doua zi 1/4 din rest și încă 5 km, a treia zi 3/8 din noul rest și încă 9, a patra zi 1/2 din noul rest și încă 3 km, iar în a cincea zi ultimii 20 km. Câți km are drumul și în ce zi a mers cel mai mult?

Problemă propusă de:

Panaitescu-Liess Georgiana-Elisabeta prof. înv. primar Școala Gimnazială nr. 81 București

4. În urmă cu 7 ani, trei fraţi se jucau cu 24 de castane, luând fiecare un număr de castane egal cu vârsta pe care o avea. În continuare, cel mic îşi ia numai o doime din numărul castanelor ce i se cuvin, restul împărţindu-l în mod egal celorlalţi doi. Mijlociul îşi opreşte o doime din numărul castanelor ce le avea acum, restul împărţindu-l celorlalţi doi în mod egal. Cel mare îşi opreşte o jumătate din ce are acum, restul împărţindu-l în mod egal celorlalţi doi. În acest mod, copiii aveau acelaşi număr de castane. Câţi ani are fiecare?

Problemă propusă de:

Guzu Liliana - Camelia, prof. înv. primar Școala Gimnazială ”George Enescu”, Sinaia

SUCCES!

Notă: Timp de lucru – 90 minute. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Clasa a V-a

1. a) Să se determine ultima cifră a numărului $a = 3 + 3^3 + 3^{3^3}$.

b) Să se determine restul împărțirii lui a la 5.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

2. Să se arate că numărul

$$N = \overline{abc1} + \overline{acb2} + \overline{bac3} + \overline{bca4} + \overline{cab5} + \overline{cba6}$$

este divizibil cu 3, unde a, b, c sunt cifre.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

3. Să se determine numărul natural *x* astfel încât

$1 + 3 + 5 + \ldots + 485 = 3^{x+1}$.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

4. Câte numere de trei cifre au suma cifrelor strict mai mică decât patru?

profesor Toader Cătălin, Sinaia

SUCCES !

Notă: Timp de lucru: 90 minute.

Clasa a VI-a

1. Fie numărul rațional $A = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3} + \frac{d}{4} + \frac{e}{5}$ unde $a, b, c, d, e \in \mathbb{N}$.

Să se calculeze media aritmetică a numerelor a și A, știind că

$$20(6a + c) + 15(2b + d) + 12e = 120.$$

profesor Laiu Răzvan, Sinaia

2. Să se afle numărul rațional x , $x \neq -1$ din proporția $\frac{5 \cdot 3^n + 2 \cdot 3^{n+1} + 3^{n+2}}{2 \cdot 3^n} = \frac{\overline{3ab}}{x+1}$,

unde $\overline{3ab}$ este cel mai mare număr natural divizibil cu 10.

***

3. Fie punctele coliniare A, O, E în plan, cu $O \in (AE)$ și punctele B, C, D situate în același semiplan determinat de dreapta AE astfel incât $AO \perp OC$, semidreapta $(OB$ este bisectoarea unghiului $\widehat{AOC}$ și $m(\widehat{DOE}) = 2 \cdot m(\widehat{COD})$.

a) Calculați $m(\widehat{AOB})$ și $m(\widehat{DOE})$.

b) Calculați $m(\widehat{MON})$, unde $(OM$ este bisectoarea unghiului $\widehat{BOC}$, iar $(ON$ este bisectoarea unghiului $\widehat{DOE}$.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

4. Fie într-un plan două drepte paralele *a* și *b*, trei puncte $A_1, A_2, A_3 \in a$ și două puncte $B_1, B_2 \in b$.

a) Să se scrie toate dreptele ce se pot forma cu cele 5 puncte. Câte drepte s-au format?

b) Să se scrie toate triunghiurile ce se pot forma cu cele 5 puncte. Câte triunghiuri se pot forma ?

profesor Toader Cătălin, Sinaia

SUCCES!

Notă: Timp de lucru: 90 minute.

Clasa a VII-a

1. a) Să se arate că: $\sqrt{783} < 28$

b) Să se arate că: $\sqrt{143} + \sqrt{168} < 25$

c) Să se arate că: $\sqrt{3} + \sqrt{8} + \sqrt{15} + \sqrt{24} + \cdots + \sqrt{99} < 54$

profesor Laiu Răzvan, Sinaia

2. Calculați $x^2 + \frac{1}{x^2}$ și $x^4 + \frac{1}{x^4}$ dacă $x + \frac{1}{x} = 3$, unde x este un număr real nenul.

***

3. Un teren are forma unui ΔADC, dreptunghic în unghiul D, $E \in [AC]$, $F \in [AD]$, $G \in [CD]$. Știind că EFDG este un pătrat pe care se află o casă și că AD=16 m, DC=12 m, aflați aria ocupată de casă.

***

4. Laturile [BC] și [DC] ale rombului ABCD se prelungesc cu [BF]≡[BC] și [DE]≡[DC]. Arătati că punctele F, A, E sunt coliniare.

***

SUCCES!

Notă: Timp de lucru: 120 minute.

Clasa a VIII-a

1. Arătați că $\sqrt{4x^2+12x+13}+\sqrt{y^2-4y+13}\geq 5$, $(\forall)x,y\in\mathbb{R}$.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

2. Să se arate că dacă $x,y\in\mathbb{R}$ astfel încât $xy=1$ atunci $x^2\geq 2-y^2$.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

3. Se consideră un romb $ABCD$ cu $AB=10\ cm$, cu aria $50\sqrt{3}\ cm^2$. Din punctul O de intersecție a diagonalelor se ridică perpendiculara VO pe planul rombului, astfel încât $[VO]\equiv[OA]$. Să se afle distanța de la punctul V la dreapta AB.

profesor Laiu Răzvan, Sinaia

4. Să se arate că dacă a,b,c sunt dimensiunile unui paralelipiped dreptunghic astfel încât $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$ atunci acesta este cub.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

SUCCES!

Notă: Timp de lucru: 120 minute.

Clasa a IX-a

1. Să se demonstreze că numărul:

$$N = \left[\sqrt{1^2+1}\right] + \left[\sqrt{3^2+3}\right] + \left[\sqrt{5^2+5}\right] + \cdots + \left[\sqrt{2019^2+2019}\right]$$

este pătrat perfect.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

2. Se consideră numerale reale $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ astfel încât $a_1=\sqrt{2}$, $a_{n+1}=\sqrt{2+a_n}$, $n\geq 1$. Să se demonstreze că $a_n\leq 2$ pentru orice $n\in \mathbb{N}^*$.

***

3. Fie ΔABC și punctele $M \in (BC)$ astfel încât $\frac{MB}{MC} = \frac{2}{3}$ respectiv $N \in (AM)$ astfel încât $\frac{NA}{NM} = \frac{2}{3}$.

Determinați $x, y \in \mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{BN} = x \cdot \overrightarrow{AB} + y \cdot \overrightarrow{AC}$.

profesor Cioroiu Ioana, Sinaia

4. Fie ΔABC cu centrul de greutate G și D, E, F mijloacele segmentelor [AG], [BG], respective [CG]. Arătați că $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = 3\cdot \overrightarrow{MG}$, oricare ar fi punctul M din plan.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

SUCCES!

Notă: Timp de lucru: 120 minute.

Clasa a X-a

1. Se consideră numerele reale strict pozitive a, b, c astfel încât $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Să se demonstreze că: $\left(\frac{\log_a b}{a}\right)^2 + \left(\frac{\log_b c}{b}\right)^2 + \left(\frac{\log_c a}{c}\right)^2 \geq 9$.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

2. Să se determine $z, w \in \mathbb{C}$ astfel încât $\begin{cases} \bar{z} + 2w = 5 \\ 2z - \overline{w} = 5i \end{cases}$

profesor Laiu Răzvan, Sinaia

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2-\sin x} + 2^{2+\sin x} = 10$.

***

4. Se consideră în plan două drepte paralele *a* și *b*, n puncte $A_1, A_2, A_3 \ldots A_n \in a$ și două puncte $B_1, B_2 \in b$.

a) Câte drepte se pot forma cu cele $n + 2$ puncte ?

b) Câte segmente se pot forma cu punctele $A_1, A_2, A_3 \ldots A_n$?

c) Câte triunghiuri se pot forma cu cele $n + 2$ puncte ?

profesor Laiu Răzvan, Sinaia

SUCCES!

Notă: Timp de lucru: 120 minute.

Clasa a XI-a

1. Să se afle probabilitatea ca alegând o matrice din $M_2(\{0,1\})$, aceasta să fie inversabilă.

profesor Laiu Răzvan, Sinaia

2. Fie matricea $A \in M_n(\mathbb{C})$. Există o matrice $B \in M_n(\mathbb{C})$, cu $B \neq O_n$, astfel încât $AB \in M_n(\mathbb{N})$?

elev Ducu Victor, Sinaia

3. Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât

$$\lim_{n\to\infty} \underbrace{\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{\ldots\sqrt{x}}}}}}}_{n\ radicali} = 2019$$

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

4. Se consideră şirul x_n definit astfel: $\begin{cases} x_n = \sqrt{3 + x_{n-1}}\ , n \geq 2 \\ x_1 = 3 \end{cases}$

Arătaţi că şirul este convergent şi calculaţi limita sa.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

SUCCES!

Notă: Timp de lucru: 120 minute.

Clasa a XII-a

1. Se consideră mulțimea $M = \{f_a | a \geq 0\}$ unde $f_a(x) = \begin{cases} x & , \ x \leq 0 \\ x + a, & x > 0 \end{cases}$.

a) Să se arate că dacă $f_a, f_b \in M$ atunci $f_a \circ f_b \in M$, unde „∘” este compunerea funcțiilor.

b) Să se arate că $(M,\circ)$ este monoid și să se determine elementele simetrizabile.

profesor Laiu Răzvan, Sinaia

2. Fie $G = \{\hat{6}, \hat{2}, \hat{4}, \hat{8}\} \subset \mathbb{Z}_{10}$.

a) Să se alcătuiască tabla înmulțirii claselor de resturi pe G.

b) Să se arate că $(G,\cdot)$ este grup, unde „ · ” este înmulțirea claselor de resturi.

profesor Laiu Răzvan, Sinaia

3. Fie funcția $f\colon (1,+\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x^2+3xlnx+2x+2}{x(x+lnx)}$.

Să se afle primitiva $F\colon (1,+\infty) \to \mathbb{R}$ a funcției f cu proprietatea $F(e) = 2$.

profesor Doinaru Mihaiela, Sinaia

4. Calculați limita șirului $(a_n)_{n\geq 1}$ unde $a_n = \frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{n^2 - k^2}$.

***

SUCCES!

Notă: Timp de lucru: 120 minute.

Subiecte propuse

Subiect 1 - Clasa a II-a

1. Se dau numerele:

a = (7 + 2) X 8 – (9 – 3) X 7

b = 48 : 6 : 2 + 4 X 9 : 6

Calculați:

a) diferența numerelor a și b;

b) jumătatea lui b;

c) dublul lui b;

d) suma numerelor a și b;

e) sfertul sumei numerelor a și b;

f) de câte ori este mai mare a față de b.

(25 puncte)

2. În urmă cu 4 ani, Maria avea 7 ani. Sora sa, Irina, este cu 6 ani mai mică.

a) Peste câți ani suma vârstelor celor două surori va fi cel mai mic număr par mai mare decât 30?

b) Ce vârstă va avea fiecare fată atunci?

(24 puncte)

3. Suma a trei numere naturale este 89. Primul și al treilea însumează 67, iar al doilea este cu 7 mai mare decât primul.

Aflați cele trei numere.

(15 puncte)

4. Trei lădițe cu mere cântăresc 36 kilograme. O lădiță goală cântărește 2 kilograme.

Câte kilograme de mere sunt în fiecare lădiță, știind că lădițele conțin cantități egale de mere?

(9 puncte)

5. George are 328 de lei. Andrei are cu 249 lei mai mult decât ar avea George dacă ar cheltui 67 lei. Sorina are cu 375 lei mai puțin decât predecesorul sumei deținute de Andrei.
Câți lei au împreună cei trei copii?

(17 puncte)

Nota:Se acorda din oficiu 10 puncte

Propunător: prof. înv. primar Andreescu Camelia
Școala Gimnazială Nr. 81 București

Subiect 2 - Clasa a II-a

1. Dacă a = 2x3+4x2+6, iar b = 6x2+9+5x2. Află:

a) Cât este a+b

b) Dublul lui b

c) Triplul lui a

2. Suma a două numere naturale este 60. Cifra zecilor primului număr este egală cu cifra unităţilor celui de-al doilea număr, adică 4.

a) Care sunt cele două numere?

b) Care este diferenţa acestora?

3. Află câte jucării au împreună Raluca și Maria știind că:

- numărul păpușilor Ralucăi este cuprins între 110 și 125, având cifra unităților 8;
- numărul jucăriilor de pluș al Ralucăi este împătritul lui 9;
- numărul păpușilor Mariei este cu 19 mai mic decât numărul păpușilor Ralucăi;
- numărul jucăriilor de pluș al Mariei este dublu decât numărul jucăriilor de pluș al Ralucăi.

4. Pe un teren de sport sunt cu 5 băieți mai mult decât fete. Au mai venit 7 fete, iar acum sunt 27 de fete. Câți copii sunt acum pe terenul de sport?

5. Ieri, când s-a născut Victor, verisoara sa, Ana, avea 16 ani, iar mama lui Victor avea cu 12 ani mai mult decât Ana. Câti ani vor avea împreună peste 24 ani?

Propunător: prof. înv. primar Guzu Liliana - Camelia
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Structură Şcoala Gimnazială "George Enescu"

Subiect 1 - Clasa a III-a

1. Află suma, diferenţa şi produsul dintre a şi b ştiind:

a x 8 = 201- 129

b = (186 – 91) : 5

2. Scăzând din 75 dublul lui 9, se obţine un număr cu 17 mai mare decât *a*.

Cât trebuie adăugat la *a* pentru a obţine 90?

3. În cămara bunicii sunt 500 de borcane cu murături: gogoşari, castraveţi şi conopidă.

Aflați numărul de borcane de fiecare fel, știind că 275 nu sunt gogoşari şi 239 nu sunt castraveţi.

4. O carte s-a deschis la mijloc. Suma numerelor cu care sunt numerotate cele două pagini este produsul numerelor 27 şi 3 mărit cu câtul numerelor 100 şi 10.

Află câte pagini mai are de citit Radu, dacă a citit 28 pagini?

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru 2 ore.

Propunător: prof. înv. primar Guzu Dan - Adrian
Colegiul "Ion Kalinderu" Buşteni
Structură Şcoala Gimnazială Sanatorială

Subiect 1 - Clasa a IV-a

1. Din întreitul sfertului unui număr scădem 30, restul îl micșorăm de 7 ori și obținem 150. Aflați numărul!

2. Elevii clasei a IV-a participă la o activitate de încondeiat ouă. Doamna profesoară le spune să se așeze în bănci pentru începerea activității. Dacă s-ar așeza câte 2 elevi în bancă, rămân 3 elevi în picioare, iar dacă s-ar așeza câte 3 elevi, rămân 4 bănci libere. Câți elevi și câte bănci sunt în clasă?

3. Andrei parcurge un drum mergând cu bicicleta în 5 zile. În prima zi parcurge 1/3 din drum, a doua zi 1/4 din rest și încă 5 km, a treia zi 3/8 din noul rest și încă 9, a patra zi 1/2 din noul rest și încă 3 km, iar în a cincea zi ultimii 20 km. Câți km are drumul și în ce zi a mers cel mai mult?

4. La o fermă sunt oi, purcei și curcani, în total 200 capete și 670 picioare. Câte animale sunt din fiecare fel știind că numărul oilor este dublul numărului purceilor.

Propunător: prof. înv. primar
Panaitescu-Liess Georgiana-Elisabeta
Școala Gimnazială Nr. 81 București

Subiect 2 - Clasa a IV-a

1. Un monument unic în lume îl reprezintă Crucea închinată eroilor români din Primul Război Mondial (construit la îndemnul Reginei Maria, între anii 1924-1928), război în care și-au pierdut viața 30 000 de militari.

Aflată la o altitudine de 2291 metri și o înălțime de ......metri, Crucea de pe vârful Caraiman a fost înscrisă în Cartea Recordurilor, ca urmare a demersurilor făcute de inginerul Alexandru Dan Bartoc, începând cu anul 2013.

Aflați înălțimea acesteia, în metri și centimetri, rezolvând problema:

- Care este câtul și restul împărțirii, știind că: deîmpărțitul este un număr natural, cuprins între 3 000 și 4000, având la ordinul sutelor cea mai mare cifră pară, la ordinul zecilor, cea mai mare cifră impară, iar la unități, câtul dintre 100 și el însuși;
- împărțitorul este cel mai mare număr format din zeci și unități.

R:___________metri,……………….cm

2. Elevii din clasa a IV-a dintr-un oraș din România, au fost în excursie în munții Bucegi, unde au văzut o mulțime de plante ocrotite de lege, printre care și renumita floare-de-colț, preferată de Regina Maria. Le-a plăcut atât de mult, încât au vrut să culeagă pentru sertarul cu…. amintiri câteva.

a) Aflați câte au rupt, rezolvând exercițiul de mai jos

47502:[17+23x3-(34:2+123:3)+10X5+9] – 546=

b) Considerați că au procedat corect? Argumentați răspunsul!

3. La concursul de reciclare materiale refolosibile ”Floare-de-colț” organizat în orașele Sinaia, Bușteni și Azuga, elevii din aceste școli au strâns un total de 1499 de P.E.T.-uri, astfel: cei din Azuga au strâns de 3 ori mai multe decât cei din Bușteni și cu 50 mai puține decât cei din Sinaia. Aflați câte P.E.T.-uri au strâns elevii fiecărei școli!

4. În pădurile din munții Bucegi, în anul 2018 silvicultorii au plantat puieți de brad, molid pin și fag, astfel: 1/5 au fost puieți de brad, 2/5 din rest, puieți de molid, 3/5 din noul rest, puieți de pin, iar restul, adică de 600 au fost plantați puieți de fag.

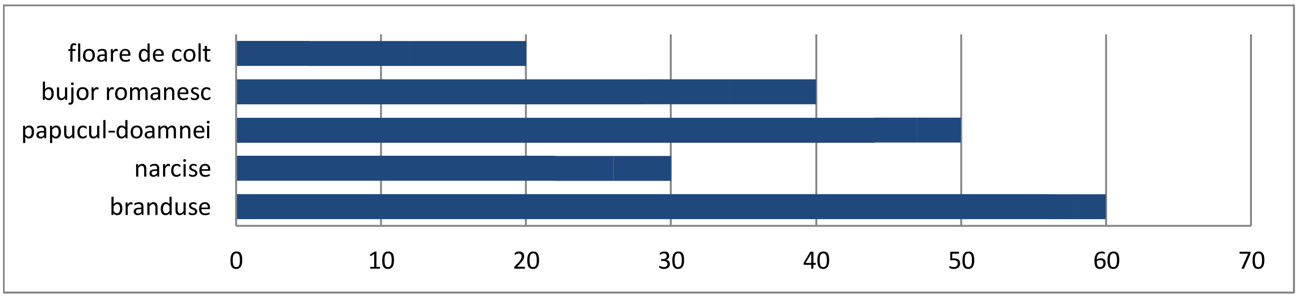
Aflați: câți puieți din fiecare fel s-au plantat și câți în total.

5. .Elevii clasei a IV-a din orașul Bușteni au pictat imagini cu plante, pe care le-au pus la vanzare pentru a strange bani pe care apoi să îi ofere ” Fundației pentru protejarea mediului înconjurător” .

Observă graficul de mai jos și răspunde cerințelor:

a)Cate imagini pictate sunt din fiecare fel si cate sunt in total?

B)Cati bani au incasat elevii știind că o doime din numarul picturilor au fost vandute cu 5 lei, iar restul cu 4 lei?



Propunător: prof. înv. primar Carmen Săcuiu
Școala Gimnazială ”Nestor Urechia”, Bușteni

Soluțiile și baremele subiectelor date la concurs

Clasa a II-a

Barem

1. b = 97 ……………………………………………………………………...……..2,5 puncte

c = 149 + 97

c = 246 ………………………………………………………………………….5 puncte

a = 642 ……………………………………………………………………….…2,5 puncte

a – b + c = 642 – 97 + 246

= 545 + 246

= 791 …………………………………………………………………….....10 puncte

Total ……….....20 puncte

2. 218 roboţi are George ……………………………………………………...…..3 puncte

7 x 4 = 28 maşini are George ………………………………...……………...……...3 puncte

218 – 26 = 192 roboţi are Rareş ……………………………………………….…..3 puncte

28 + 28 = 56 maşini are Rareş …………………………………………………….3 puncte

218 + 28 + 192 + 56= 494 jucării au în total cei doi băiei……………………...…….8 puncte

Total …20 puncte

3. a) vârsta Mariei acum: 7 + 4 = 11 ani...3 puncte

vârsta Irinei acum: 11 - 6 = 5 ani ....3 puncte

suma vârstelor fetelor peste un nr. de ani = 32 ani ....3 puncte

suma vârstelor fetelor acum: 11 + 5 = 16 ani ....3 puncte

diferența dintre sumele vârstelor: 32 – 16 = 16 ani..4 puncte

numărul de ani peste care vor avea 32 de ani împreună: 16 : 2 = 8 ani..........................4 puncte

b) 11 + 8 = 19 ani ....5 puncte

5 + 8 = 13 ani ....5 puncte

Total …30 puncte

4. suma lui George după ce cheltuie 67 lei: 328 – 67 = 261 lei…………………………....3 puncte

suma lui Andrei: 261 + 249 = 510 lei ……………………………………………..3 puncte

predecesorul sumei lui Andrei: 510 – 1 = 509……………………………………….3 puncte

suma Sorinei: 509 – 375 = 134 lei………………………………………………...…..3 puncte

suma tuturor copiilor: 328 + 510 + 134 = 972 lei……………………………………8 puncte

Total …20 puncte

Punctaj din oficiu: 10 puncte

Total: 100 puncte

Se acceptă şi alte variante de rezolvare corectă. Pentru orice soluţie corectă, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Clasa a III-a

Barem

1. (7 x 3 – a x 4) x 9 +107 = 152

(21 – a x 4) x9 +107 = 152

(21 – a x 4) x 9 = 152 – 107

(21 – a x 4) x 9 = 45

(21 – a x 4) = 45:9

21 – a x 4 = 5

a x 4 = 21-5

a x 4 = 16

a= 16 : 4

a= 4 ....5 puncte

1000 – 7 x 6 – 2 x (19 – b x 3) = 956

1000 – 42 – 2 x (19 –b x 3) = 956

958 – a x (19 – b x 3) = 956

2 x (19 – b x3) = 958 -956

2 x (19 – b x3) = 2

19 – b x3 = 2 : 2

19 – b x3 = 1

b x 3 = 19 -1

b = 18 :3

b = 6 ....5 puncte

5 x 7 = 35 produsul succesorilor …5 puncte — 3 — 1,5 succesorul lui a

1,5 succesorul lui b

2 - produsul lui a şi b

3 x 5 = 15 produsul predecesorilor…5 puncte — 3— 1,5 predeceorul lui a

1,5 predecesorul lui b

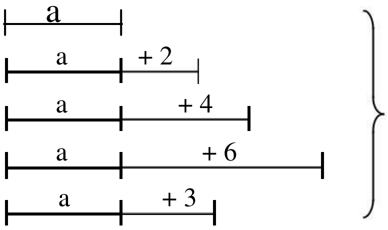
2 - produsul lui a şi b

35 – 15 = 20 compararea prin diferență..5 puncte

Au cules 20 de bujori de munte

Total ....25 puncte

2.



105 …………………………………………….. 5 puncte

105 – 3 – 6 – 4 – 2 = 90 ……………………………………………………5 puncte

90 : 5 = 18 (primul număr) ………………………………………………1 punct

18 + 2 = 20 (al doilea număr) ……………………………………………1 punct

18 + 4 = 22 (al treilea număr) …………………………………………...1 punct

18 + 6 = 24 (al patrulea număr) …………………………………………1 punct

18 + 3 = 21 (al cincilea număr) …………………………………………1 punct

Total........15 puncte

3. 20 x 3= 60 (kg coşuri cu struguri)…………………………………...3 puncte

20 : 2 = 10 (kg cântăresc coşurile goale)……………………………3 puncte

60 - 10 =50 (kg cântăresc strugurii)…………………………………3 puncte

50 x 8 = 400 (lei au încasat pe fructe)……………………………...3 puncte

400 : 4 = 100 (lei pentru decorarea şcolii)…………………………...3 puncte

100 x 3 = 300 (lei donaţi casei de copii) sau 400 - 100=300………………..3 puncte

Total..….18 puncte

4. Marius /________________/_2_/____16____/
Andrei /________________/_2_/ } 77 ....5 puncte
Dragoş /_______________/
a) 1.Care este suma celor trei părţi egale?
77- (2+2+16) = 57...5 puncte
2.Câţi ani are Dragoş?
57 : 3=19 ani ....3 puncte
3.Câţi ani are Andrei?
19 +2=21ani ....3 puncte
4.Câţi ani are Marius?
21+16=37 ani sau 19+2+16=37 ani ....3 puncte
b) 19+5=24 ani Dragoş.. 3 puncte
21+5=26 ani Andrei... ....3 puncte
37+5=42 ani Marius.. ....3 puncte
24 +26+42=92 ani... ......4 puncte

Total………32 puncte

Punctaj din oficiu: 10 puncte **Total: 100 puncte**

Se acceptă şi alte variante de rezolvare corectă. Pentru orice soluţie corectă, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Clasa a IV-a

Barem

1. 47502:[17+23x3-(34:2+123:3)+10X5+9] – 546=0

47502:[17+23x3-(17+41)+50+9]-546=0

47502:(17+23x3-58+50+9)-546=0

47502:(17+69-58+50+9)-546=0

47502:(86-58+50+9)-546=0

47502:(28+50+9)-546=0

47502:(78+9)-546=0

47502:87-546=0

546-546=0

Total...................... 10 puncte

2. Deîmpărțitul: 3891 ....2 puncte

— Fiind un număr natural cuprins între 3000 și 4000, are la ordinul miilor cifra 3;

— Cea mai mare cifră pară este 8, ordinul sutelor are cifra 8;

— Cea mai mare cifră impară este 9, ordinul zecilor are cifra 9;

— 100:100=1, ordinul unităților are cifra 1.

Împărțitorul : 99 ....2 puncte

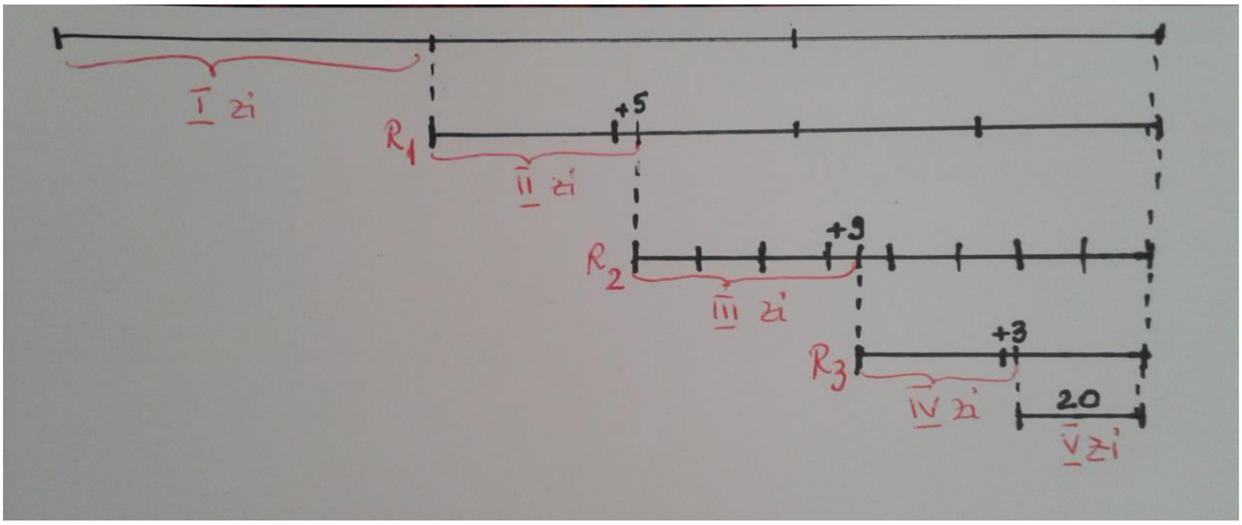
Rezolvare:

3891 : 99=39 rest 3..3 puncte

Înălțimea monumentului: 39 metri și 30 cm...3 puncte

Total........................... 10 puncte

3.



Reprezentarea grafică ……………………………………………………………………..**5 puncte**

1. Cât reprezintă ½ din R3?
20+3 = 23 (km)
2. Cât a mers în a patra zi?
23+3= **26 (km)...4 puncte**
3. Cât reprezintă R3?
23x2 = 46 (km)
4. Cât reprezintă 5/8 din R2?
46+9 = 55 (km)
4. Cât reprezintă 1/5 din R2?
55:5= 11 (km)
5. Cât a parcurs în a treia zi?
3x11 + 9= **42 (km)..6 puncte**
6. Cât reprezintă R2?
11x8= 88 (km)
7. Cât reprezintă 3/4 din R1?
88+5= 93 (km)
8. Cât reprezintă 1/4 din R1?
93:3= 31 (km)
8. Cât a parcurs în a doua zi?
31+5 = **36 (km)...6 puncte**
9. Cât reprezintă 2/3 din drum?
31x4= 124 (km)
10. Cât reprezintă 1/3 din drum?
124:2= 62 (km)
11. Cât a parcurs în prima zi?
62x1= **62 (km) ....5 puncte**
12. Câți km are drumul?
62x3= **186 (km)...5 punct**

Cel mai mult a parcurs în prima zi, 62 km.............................4 puncte

Total ....35 puncte

4. După ultima operaţie, fiecare frate a rămas cu 8 castane

24:3=8 **……………………………………………………………………………………..5 puncte**

Înainte de aceasta etapă:

8 reprezintă jumătate din castanele fratelui mare**……………………………………………….5 puncte**

8x2=16 (castane are fratele mare)

8:2=4 (câte 4 castane dă fraţilor)

Câte castane are fratele mijlociu?

8-4=4

Câte castane are fratele mic?

8-4=4

4 reprezintă jumătate din numărul castanelor fratelui mijlociu **……………………………...5 puncte**

4x2=8 (castane are fratele mijlociu)

4 :2=2 (câte 2 castane dă fraţilor)

Câte castane are fratele mare?

16-2=14

Câte castane are fratele mic?

4-2=2

2 reprezintă jumătate din numărul castanelor fratelui mic**……………………………………5 puncte**

2x2=4 (castene are fratele mic)

2:2=1 (câte o castană dă fraţilor săi)

Câte castane are fratele mare?

14-1=13

Câte castane are fratele mijlociu?

8-1=7

Câţi ani are acum fiecare frate?

Fratele mare:

13+7=20…………………………………………………………………………………**5 puncte**

Fratele mijlociu:

7+7=14……………………………………………………………………...……………...**5 puncte**

Fratele mic:

4+7=11……………………………………………………………………...……………...**5 puncte**

Total………………35 puncte

Punctaj din oficiu: 10 puncte **Total: 100 puncte**

Se acceptă şi alte variante de rezolvare corectă. Pentru orice soluţie corectă, se acordă punctajul maxim corespunzător.

Clasa a V-a

Barem

PROBLEMA 1

- a) $3^3 = 27$ 2p
- $3 + 3^3 = 30$ deci ultima cifră a lui $3 + 3^3$ este 0 1p
- ultima cifră a lui a este ultima cifră a lui 3^{3^3} adică a lui 3^{27} 1p
- $3^{27} = 3^{4\cdot 6+3} = (3^4)^6 \cdot 3^3$ 2p
- Finalizare: ultima cifră a lui a este 7 (pentru că ultima cifră a lui 3^4 este 1) 1p
- b) restul împărțirii lui a la 5 este 2 (deoarece ultima cifră a lui a este 7) 2p

------
9p

PROBLEMA 2

- $\overline{abc1} = 1000a + 100b + 10\,c + 1$ 3p
- $N = 220(a + b + c) + 21$ 3p
- finalizare: $N = 3[740(a + b + c) + 7]$ deci $N \vdots 3$ 3p

-----
9p

PROBLEMA 3

- $1 + 3 + 5 + \cdots + 485 = 243^2$ 5p
- $243 = 3^5$ 2p
- Finalizare: $(3^5)^2 = 3^{x+1} \Rightarrow x = 9$ 2p

9p

PROBLEMA 4

- Există un număr de 3 cifre cu suma cifrelor egală cu 1 (nr este 100) 2p
- Există 3 numere de 3 cifre cu suma cifrelor egală cu 2 (101,110,200) -justificare 3p
- Există 6 numere de 3 cifre cu suma cifrelor egală cu 3 (300, 210, 201, 120, 102, 111) - justificare 3p
- Finalizare: 10 numere 1p

9p

Clasa a VI-a

Barem

PROBLEMA 1

– $m_a = \frac{a+A}{2}$	2p
– $A = \frac{60a+30b+20c+15d+12e}{60}$	2p
– $m_a = \frac{120a+30b+20c+15d+12e}{120}$	2p
– $m_a = \frac{20(6a+c)+15(2b+d)+12e}{120}$	2p
– Finalizare $m_a = 1$	1p

	9p

PROBLEMA 2

– $\frac{5\cdot 3^n+2\cdot 3^{n+1}+3^{n+2}}{2\cdot 3^n} = \frac{5\cdot 3^n+2\cdot 3^n\cdot 3+3^n\cdot 3^2}{2\cdot 3^n}$	2p
– $\frac{3^n(5+2\cdot 3+9)}{2\cdot 3^n} = 10$	2p
– $\overline{3ab}$=390	2p
– $\frac{390}{x+1} = 10 \Rightarrow x+1 = 39$	2p
– Finalizare $x = 38$	1p

	9p

PROBLEMA 3

– a) $m(\widehat{AOC}) = 90^0 \Rightarrow m(\widehat{AOB}) = 90^0$	2p
– $m(\widehat{DOE}) = 60^0$	2p
– b) $m(\widehat{MOC}) = 22^0 30'$	2p
– $m(\widehat{NOC}) = 60^0$	2p
– Finalizare $m(\widehat{MON}) = 82^0 30'$	1p

	9p

PROBLEMA 4

– $A_1A_2(d)$; A_1B_1; A_1B_2; A_2B_1; A_2B_2; A_3B_1; A_3B_2; B_1B_2	2p
– Se pot forma 8 drepte	2p
– $A_1A_2B_1$; $A_1A_2B_2$; $A_1A_3B_1$; $A_1A_3B_2$; $A_2A_3B_1$; $A_2A_3B_2$	2p
– $B_1B_2A_1$; $B_1B_2A_2$; $B_1B_2A_3$	2p
– Se pot forma 9 triunghiuri	1p

	9p

Clasa a VII-a

Barem

PROBLEMA 1

- $\sqrt{783} < \sqrt{784} = 28$ 2p
- $\sqrt{143} + \sqrt{168} < \sqrt{144} + \sqrt{169} = 12 + 13 = 25$ 3p
- $\sqrt{3} + \sqrt{8} + \sqrt{15} + \sqrt{24} + \sqrt{35} + \sqrt{48} + \sqrt{63} + \sqrt{80} + \sqrt{99} <$
  $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$ 2p
- Finalizare $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = \frac{10 \cdot 11}{2} - 1$ 2p

------
9p

PROBLEMA 2

- $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2x\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2$ 2p
- $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 7$ 2p
- $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = x^4 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}$ 2p
- $x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2$ 2p
- $x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$ 1p

9p

PROBLEMA 3

- $\Delta AFE \sim \Delta ADC$ - cu justificare 2p
- $\frac{AF}{AD} = \frac{FE}{DC}$ 1p
- $\frac{16-l}{16} = \frac{l}{12}$ unde $l = FD$ este latura pătratului 2p
- $l = \frac{48}{7}$ 2p
- $A = l^2 = \frac{2304}{49} = 47{,}02$ 2p

9p

PROBLEMA 4

- $AB = \frac{FC}{2} \Rightarrow m(\widehat{FAC}) = 90^0$ 3p
- $AD = \frac{CE}{2} \Rightarrow m(\widehat{EAC}) = 90^0$ 3p
- $m(\widehat{FAE}) = m(\widehat{FAC}) + m(\widehat{CAE}) = 180^0$ 3p

----
9p

Clasa a VIII-a

Barem

PROBLEMA 1

- $4x^2 + 12x + 13 = 4x^2 + 12x + 9 + 4 = (2x + 3)^2 + 4$ — 2p
- $(2x + 3)^2 \geq 0 \Rightarrow (2x + 3)^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow \sqrt{(2x + 3)^2 + 4} \geq \sqrt{4} = 2$ — 2p
- $y^2 - 4y + 13 = y^2 - 4y + 4 + 9 = (y - 2)^2 + 9$ — 2p
- $(y - 2)^2 \geq 0 \Rightarrow (y - 2)^2 + 9 \geq 4 \Rightarrow \sqrt{(y - 2)^2 + 9} \geq \sqrt{9} = 3$ — 2p
- Finalizare — 1p

9p

PROBLEMA 2

- $x^2 \geq 2 - y^2 \iff x^2 - 2 \cdot 1 + y^2 \geq 0$ — 3p
- $x^2 - 2 \cdot 1 + y^2 \geq 0 \iff x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$ — 3p
- $x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \iff (x - y)^2 \geq 0$ — 3p

9p

PROBLEMA 3

- Distanța cerută este VM unde $M \in AB$ astfel ca $OM \perp AB$ — 2p
- Daca $DP \perp AB$ $(P \in AB)$ atunci $DP = 5\sqrt{3}$ (din condiția de arie) — 2p
- $OM = \frac{5}{2}\sqrt{3}$ — 1p
- $AP = 5 \Rightarrow \Delta ABD$ este echilateral — 2p
- $VO = AO = DP = 5\sqrt{3}$ — 1p
- Finalizare: $VM = \frac{5}{2}\sqrt{15}$ — 1p

9p

PROBLEMA 4

- $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc = 0$ — 3p
- $(a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2 = 0$ — 3p
- Finalizare $(a - b)^2 \geq 0,\ (a - c)^2 \geq 0,\ (b - c)^2 \geq 0 \Longrightarrow$
  $a - b = 0,\ a - c = 0,\ b - c = 0 \Longrightarrow$ paralelipipedul este cub — 3p

------

9p

Clasa a IX-a

Barem

PROBLEMA 1

– $n^2 < n^2 + n < n^2 + 2n + 1 \Rightarrow n < \sqrt{n^2 + n} < n + 1$	2p
– $\left[\sqrt{n^2 + n}\right] = n$	2p
– $N = 1 + 3 + 5 + \cdots + 2019$	2p
– $1 + 3 + \cdots + (2n - 1)^2 = n^2$	2p
– Finalizare: $N = 1010^2$	1p

	9p

PROBLEMA 2

– Necesitatea demonstrației prin inducție	1p
– Verificarea: $a_1 < 2$	3p
– Se presupune $a_k < 2$ și trebuie demonstrat că $a_{k+1} < 2$	2p
– Demonstrația ($a_{k+1} = \sqrt{a_k + 2} < \sqrt{2 + 2} = 2$)	3p
	-----
	9p

PROBLEMA 3

– $\frac{NA}{NM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{BN} = \frac{\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BM}}{1 + \frac{2}{3}}$	2p
– $\overrightarrow{BN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BM}$	1p
– $\overrightarrow{BN} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$	2p
– $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$	2p
– Finalizare $\overrightarrow{BN} = -\frac{19}{25}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{25}\overrightarrow{AC}$, $x = -\frac{19}{25}$, $y = \frac{4}{25}$	2p
	-----
	9p

PROBLEMA 4

– $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3 \cdot \overrightarrow{MG}$	2p
– în $\Delta MAG \Longrightarrow \overrightarrow{MD} = \frac{\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MG}}{2}$	2p
– în $\Delta MBG \Longrightarrow \overrightarrow{ME} = \frac{\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MG}}{2}$	2p
– în $\Delta MCG \Longrightarrow \overrightarrow{MF} = \frac{\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MG}}{2}$	2p
– prin însumare: $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 3 \cdot \overrightarrow{MG}}{2} = 3 \cdot \overrightarrow{MG}$	1p
	------
	9p

Clasa a X-a

Barem

PROBLEMA 1

- Conform inegalității Cauchy-Buniakowschi-Schwartz avem:
  $$\left[\left(\frac{log_a b}{a}\right)^2+\left(\frac{log_b c}{b}\right)^2+\left(\frac{log_c a}{c}\right)^2\right](a^2+b^2+c^2)\geq\left(\frac{log_a b}{a}a+\frac{log_b c}{b}b+\frac{log_c a}{c}c\right)^2$$ 3p
- $=(log_a b+log_b c+log_c a)^2$ 1p
- $\geq\left(3\sqrt[3]{log_a b\cdot log_b c\cdot log_c a}\right)^2$ (conform inegalității mediilor) 3p
- $log_a b\cdot log_b c\cdot log_c a=1$ și finalizare 2p

9p

PROBLEMA 2

- $z=a_1+b_1 i$, $w=a_2+b_2 i$ 1p
- $\bar{z}=a_1-b_1 i$ 1p
- $a_1-b_1 i+2a_2+2b_2 i=5\Rightarrow\begin{cases}a_1+2a_2=5\\-b_1+2b_2=0\end{cases}$ 2p
- $2a_1+2b_1 i-a_2+b_2 i=5i\Rightarrow\begin{cases}2a_1-a_2=0\\2b_1+b_2=5\end{cases}$ 2p
- $\begin{cases}a_1+2a_2=5\\2a_1-a_2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=1\\a_2=2\end{cases}$ 1p
- $\begin{cases}-b_1+2b_2=0\\2b_1+b_2=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b_1=2\\b_2=1\end{cases}$ 1p
- Finalizare $z=1+2i$ și $w=2+i$ 1p

9p

PROBLEMA 3

- $\frac{4}{2^{sinx}}+4\cdot 2^{sinx}=10$ 2p
- Notația $t=2^{sinx}$ și obținerea ecuației $4t^2-10t+4=0$ 2p
- Soluțiile ecuației: $t=2$,$t=\frac{1}{2}$ 2p
- $2^{\sin x}=2\Rightarrow\sin x=1\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$,$k\in\mathbb{Z}$ 2p
- $2^{\sin x}=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin x=-1\Rightarrow x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$,$k\in\mathbb{Z}$ 1p

-----
9p

PROBLEMA 4

- a) Se poate forma dreapta d cu punctele A_1 ,A_2 ,A_3 ... A_n, n drepte care trec prin B_1 și punctele A_1 ,A_2 ,A_3 ... A_n , n drepte care trec prin B_2 și punctele A_1 ,A_2 ,A_3 ... A_n și dreapta B_1B_2 2p
- Finalizare $2n+2$ drepte 2p
- b) se pot forma $C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$ segmente 3p
- c) Se pot forma $2\cdot C_n^2=n(n-1)$ triunghiuri 2p

9p

Clasa a XI-a

Barem

PROBLEMA 1

– Formula pentru probabilitate	1p
– Numărul de cazuri posibile este 16	3p
– Condiția ca o matrice să fieinversabilă	1p
– Numărul de cazuri favorabile este 6: $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$	3p
– Finalizare: $P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$	1p

	9p

PROBLEMA 2

– detA≠0 $\Longrightarrow \exists B = A^{-1} \neq O_n$ cu $AB = I_n \in M_n(\mathbb{N})$	3p
– detA=0 . fie $X \in M_{n,1}(\mathbb{C})$ o solutie nenula a ecuatiei $AX = O_{n,1}$	3p
– $\exists B$ formata din n coloane egale cu cele ale lui X	2p
– Finalizare	1p

	9p

PROBLEMA 3

– $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{\ldots\sqrt{x}}}}}} = x^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{4}} x^{\frac{1}{8}} \ldots x^{\frac{1}{2^n}}$	3p
– $= x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}} = x^{\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\frac{1}{2}-1}}$	2p
– $\left(\frac{1}{2}\right)^n \to 0$	2p
– $x^{\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\frac{1}{2}-1}} \to x^{\frac{1}{2}\cdot\frac{-1}{-\frac{1}{2}}} = x \ \Rightarrow x = 2019$	2p
	------
	9p

PROBLEMA 4

– x_n este strict descrescător (inducție)	3p
– $x_n \leq x_1 = 3$	1p
– $x_n > 0$ deci x_n mărginit	2p
– x_n convergent conform criteriului Weierstrass	1p
– $l = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$	2p

	9p

Clasa a XII-a

Barem

PROBLEMA 1

– a) $f_a \circ f_b = f_{a+b}$	3p
– b) asociativitate	1p
– elemental neutru este f_0	2p
– singurul element simetrizabil este f_0	3p

	9p

PROBLEMA 2

– Tabla înmulțirii pe G	3p
– Parte stabilă	1p
– Asociativitate	1p
– Element neutru $\hat{6}$	2p
– Orice element este simetrizabil: $\hat{6}^{-1} = \hat{6},\ \hat{2}^{-1} = \hat{8},\ \hat{4}^{-1} = \hat{4},\ \hat{8}^{-1} = \hat{2}$	2p
	-----
	9p

PROBLEMA 3

– $\int f(x)dx = \int \frac{3x^2+3xlnx+2x+2}{x(x+lnx)}dx = \int \left(\frac{3x^2+3xlnx}{x(x+lnx)} + \frac{2x+2}{x(x+lnx)}\right)dx$	2p
– $\int \frac{3x(x+\ln x)}{x(x+\ln x)}dx + \int \frac{2x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x(x+\ln x)}dx = \int 3dx + 2\int \frac{(x+\ln x)'}{x+\ln x}dx$	3p
– $F(x) = 3x + 2\ln(x + lnx) + c$	2p
– $F(e) = 2 \Rightarrow c = 2 - 3e - \ln(e+1)$	2p

	9p

PROBLEMA 4

– $a_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{1-\left(\frac{k}{n}\right)^2}$	2p
– $a_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ unde $f:[0,1] \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{1-x^2}$	2p
– $a_n \to \int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx$	2p
– $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} = \left(\frac{x}{2}\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}arcsinx\right)\Big|_0^1 = \frac{\pi}{4}$	3p
	------
	9p

Soluțiile și baremele subiectelor propuse

Soluție subiect 1 - Clasa a II-a

1. a = (7 + 2) X 8 – (9 – 3) X 7

= 9 X 8 – 6 X 7

= 72 – 42

= 30..5 p = 1 p X 5 operații

b = 48 : 6 : 2 + 4 X 9 : 6

= 8 : 2 + 36 : 6

= 4 + 6

= 10 ....5 p = 1 p X 5 operații

a) b a – b = 30 – 10 = 20...2, 5 p

b) b : 2 = 10 : 2 = 5...2, 5 p

c) b X 2 = 10 x 2 = 20...2, 5 p

d) a + b = 30 + 10 = 40..2, 5 p

e) (a + b) : 4 = 40 : 4 = 10...2, 5 p

f) a : b = 30 : 10 = 3..2, 5 p

2. a) vârsta Mariei acum: 7 + 4 = 11 ani...3 p

vârsta Irinei acum: 11 - 6 = 5 ani...3 p

suma vârstelor fetelor peste un nr. de ani = 32 ani..3 p

suma vârstelor fetelor acum: 11 + 5 = 16 ani..3 p

diferența dintre sumele vârstelor: 32 – 16 = 16 ani...3 p

numărul de ani peste care vor avea 32 de ani împreună: 16 : 2 = 8 ani.........................3 p

b) 11 + 8 = 19 ani...3 p

5 + 8 = 13 ani...3 p

3. a + b + c = 89

a + c = 67

b = a + 7

b = 89 – 67 = 22..5 p

a = 22 – 7 = 15..5 p

c = 67 – 15 = 52..5 p

4. greutatea lădițelor goale: 2 X 3 = 6 kg...3 p

greutatea merelor din cele 3 lădițe: 36 – 6 = 30 kg..3 p greutatea merelor dintr-o lădiță: 30 : 3 = 10 kg...3 p

sau

greutatea unei lădițe cu mere: 36 : 3 = 12 kg...4,5 p

greutatea merelor dintr-o lădiță: 12 – 2 = 10 kg..4, 5 p

5. suma lui George după ce cheltuie 67 lei: 328 – 67 = 261 lei...3 p

suma lui Andrei: 261 + 249 = 510 lei...3 p

predecesorul sumei lui Andrei: 510 – 1 = 509...3 p

suma Sorinei: 509 – 375 = 134 lei...3 p

suma tuturor copiilor: 328 + 510 + 134 = 972 lei..5 p

NOTĂ! Se acceptă orice rezolvare corectă a problemelor.

Propunător: prof. înv. primar Andreescu Camelia
Școala Gimnazială Nr. 81 București

Soluție subiect 2 - Clasa a II-a

1. a=2x3+4x2+6

a= 6+8+6

a=20

b = 6x2+9+5x2

b=12+9+10

b=31

a) 20+31=51

b) 31x2=62

c) 20x3=60

2. 118 păpuși are Raluca

9 x 4 = 36 jucării de pluș are Raluca

118 – 19 = 99 păpuși are Maria

36+ 36 = 72 jucării de pluș are Maria

118+36 + 99 + 72= 325 jucării au în total cele două fete

3. 27 – 7 = 20 (fete)

20 + 5 = 25 (băieți)

27 + 25 = 52 (copii)

4. 16 + 12 = 28 ani (mama)

0 + 24 = 24 ani (Victor peste 24 ani)

16 + 24 = 40 ani (Ana peste 24 ani)

28 + 24 = 52 ani (mama peste 24 ani)

24 + 40 + 52 = 116 ani (au împreună peste 24 ani)

Propunător: prof. înv. primar Guzu Liliana - Camelia
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia
Structură Școala Gimnazială "George Enescu"

Soluție subiect 1 - Clasa a III-a

1. a x 8 = 201 – 129

a x 8 = 72

a = 72 : 8

a = 9

b = (186 – 91) : 5

b = 95:5

b = 19

19 + 9 = 28

19 – 9 = 10

19 X 9 = 171

2. 75-18 = 57

a=57+17

a=74

a+b=90

74+b=90

b=90-74

b=16

3. 500 – 275 = 225 (castraveţi)

500 – 239 = 261 (gogoşari)

261 + 225 = 487

500– 487 = 13 (conopidă)

4.

1. Cât este produsul numerelor ?

   27 x 3 = 81

2. Cât este câtul numerelor?

   100 : 10 = 10

3. Cât este suma lor ?

   81 + 10 = 91

4. Cât este suma părților egale ?

   91 – 1 = 90

5. Care este numărul paginii din stânga ?

90 : 2 = 45

6. Câte pagini are cartea ?

   45 x 2 = 90

7. Câte pagini mai are de citit, Radu?

   90 – 28 = 62

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru 2 ore.

Propunător: prof. înv. primar Guzu Dan - Adrian
Colegiul "Ion Kalinderu" Buşteni
Structură Şcoala Gimnazială Sanatorială

Soluție subiect 1 - Clasa a IV-a

1. $(X : 4 \times 3 - 30) : 7 = 150$

$X : 4 \times 3 - 30 = 150 \times 7$

$X : 4 \times 3 - 30 = 1050$

$X : 4 \times 3 = 1050 + 30$

$X : 4 \times 3 = 1080$

$X : 4 = 1080 : 3$

$X : 4 = 360$

$X = 360 \times 4$

$X = 1440$

R: X = 1440

2.

1. Nr elevi ce vin și completează băncile dacă s-ar așeza câte 3

3-2 = 1 (elev)

2. Nr. bănci completate de elevii care stau în picioare

3x1 = 3 (bănci)

3. Nr. elevi din băncile rămase goale (ce au avut la început câte doi elevi)

4x2 = 8 (elevi)

4. Nr. bănci completate de elevii din băncile rămase goale

8x1 = 8 (bănci)

5. Nr. bănci

3+8+4= 15 (bănci)

băncile rămase libere

6. Nr. elevi

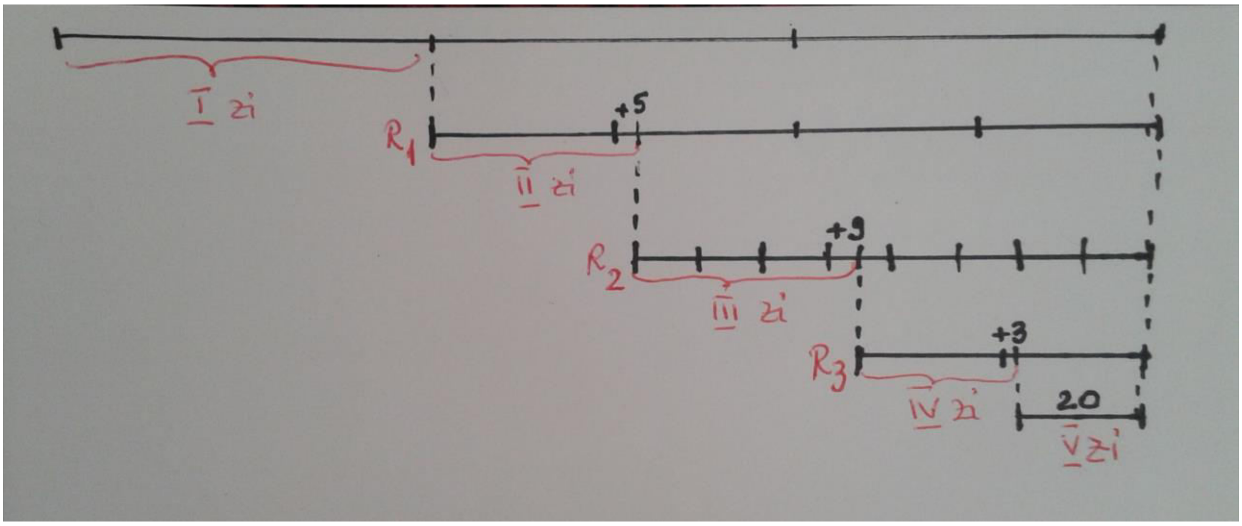
15x2 + 3 = 33 (elevi)

Sau

(15-4)x3= 33 (elevi)

R: 33 elevi, 15 bănci

3.



1. Cât reprezintă ½ din R3?

20+3 = 23 (km)

2. Cât a mers în a patra zi?

23+3= **26 (km)**

3. Cât reprezintă R3?

23x2 = 46 (km)

4. Cât reprezintă 5/8 din R2?

46+9 = 55 (km)

4. Cât reprezintă 1/5 din R2?

55:5= 11 (km)

5. Cât a parcurs în a treia zi?

3x11 + 9= **42 (km)**

6. Cât reprezintă R2?

11x8= 88 (km)

7. Cât reprezintă 3/4 din R1?

88+5= 93 (km)

8. Cât reprezintă 1/4 din R1?

93:3= 31 (km)

8. Cât a parcurs în a doua zi?

31+5 = **36 (km)**

9. Cât reprezintă 2/3 din drum?

31x4= 124 (km)

10. Cât reprezintă 1/3 din drum?

124:2= 62 (km)

11. Cât a parcurs în prima zi?

62x1= **62 (km)**

12. Câți km are drumul?

62x3= **186 (km)**

R: Cel mai mult a parcurs în prima zi, 62 km. Drumul are 186 km.

4. Presupunem că toate animalele au două picioare

1. Nr. picioare dacă toate animalele ar avea două picioare

200 x 2 = 400 (picioare)

2. Diferența dintre presupunere și adevăr

670 – 400 = 270 (picioare)

3. Diferența numărului de picioare

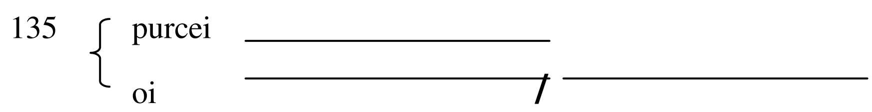
4 – 2 = 2 (picioare)

4. Nr. animale cu 4 picioare

270 : 2 = 135 (oi și purcei)

5. Nr. animale cu două picioare

200 – 135 = 65 (curcani)



6. Nr. segmente egale

1 + 2 = 3 (segmente)

7. Cât reprezintă un segment

135 : 3 = 45 (picioare)

8. Nr. purcei

45 x 1 = 45 (purcei)

9. Nr. oi

45 x 2 = 90 (oi)

R: 45 purcei, 90 oi, 65 curcani

Sau:

1. Nr. picioare dacă toate animalele ar avea patru picioare

200 x 4 = 800 (picioare)

2. Diferența dintre presupunere și adevăr

800 - 670 = 130 (picioare)

3. Diferența numărului de picioare

4 – 2 = 2 (picioare)

4. Nr. animale cu două picioare

130 : 2 = 65 (curcani)

5. Nr. animale cu patru picioare

200 – 65 = 135 (purcei și oi)

6. Nr. segmente egale

1 + 2 = 3 (segmente)

7. Cât reprezintă un segment

135 : 3 = 45 (picioare)

8. Nr. purcei

45 x 1 = 45 (purcei)

9. Nr. oi

45 x 2 = 90 (oi)

R: 45 purcei, 90 oi, 65 curcani

Propunător: prof. înv. primar
Panaitescu-Liess Georgiana-Elisabeta
Școala Gimnaziala Nr. 81 București

Soluție subiect 2 - Clasa a IV-a

1. *Deîmpărțitul:

- Fiind un nr. natural cuprins între 3000 și 4000, are la ordinul miilor cifra 3;
- Cea mai mare cifră pară este 8, ordinul sutelor are cifra 8;
- Cea mai mare cifră impară este 9, ordinul zecilor are cifra 9;
    - 100:100=1, ordinul unităților are cifra.

*Împărțitorul: 99

*Rezolvare: 3891 : 99=39, rest 3, deci înălțimea monumentului: 39 metri și 30 cm

2. 47502:[17+23x3-(34:2+123:3)+10X5+9] – 546=0

47502:[17+23x3-(17+41)+50+9]-546=0

47502:(17+23x3-58+50+9)-546=0

47502:(17+69-58+50+9)-546=0

47502:(86-58+50+9)-546=0

47502:(28+50+9)-546=0

47502:(78+9)-546=0

47502:87-546=0

546-546=0

a) Pot rezolva concomitent toate înmulțirile și împărțirile, apoi adunările și scăderile, în ordinea în care sunt scrise

3. Azuga ______ ______ ______ }

Bușteni ______ } 1499

Sinaia ______ ______ ______+50 }

1499-50=1449 (suma a 7 părți egale)

1449:7=207 (o parte)

Azuga: 207x3=621 (P.E.T.-uri)

Bușteni : 207 (P.E.T.-uri)

Sinaia : 207x3 + 50= 671 (P.E.T.-uri)

Verificare: 621+207+671=1499

4. Datele problemei:

-a = numărul total al puieților

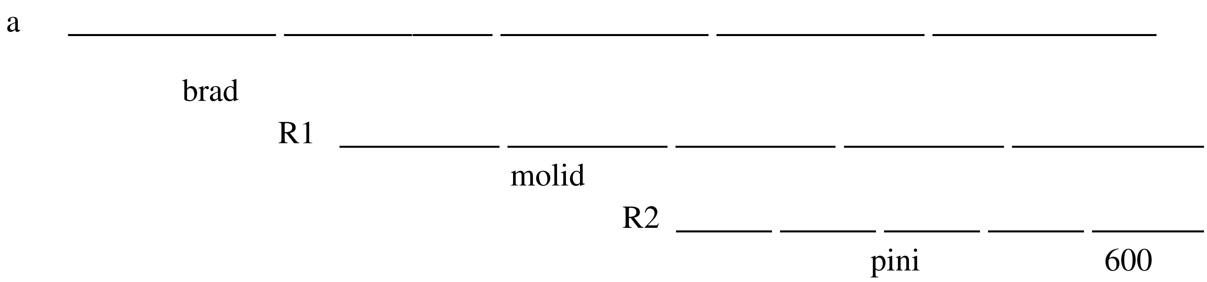
-brad=1/5 din a

-molid=2/5 din R1

-pin=3/5 din R2

-fag=600

Reprezentare grafică:



Rezolvare:

600 : 2 = 300 (o parte din restul 2)

300 x 5 = 1500 (restul 2)

1500 : 3 = 500 (o parte din restul 1)

500 x 5 = 2500 (restul 1)

2500 : 4 = 625 (o parte din a)

625 x 5 = 3125 (a, numărul total de puieți)

3125 : 5 x 1 = 625 (puieți brad)

2500 : 5 x 2 = 1000 (puieți molid)

1500 : 5 x 2 = 900 (puieți pini)

Verificare: 600+900+1000+625=3125

5. -floare de colţ: 20/bujor românesc: 40/papucul doamnei: 50/narcise: 30/brânduşe: 60.

20+40+50+30+60=200 (imagini total)

200 : 2=100 (o doime din numărul imaginilor)

100 x 5 lei = 500 lei (au încasat pe imaginile vândute cu 5 lei)

100 x 4 lei = 400 lei (au încasat pe imaginile vândute cu 4 lei)

500 lei +400 lei = 900 lei (au încasat în total)

Propunător: prof. înv. primar
Carmen Săcuiu
Şcoala Gimnazială ”Nestor Urechia”, Buşteni

Secţiunea a III-a

Concurs „Matematica ştiinţelor”elevi

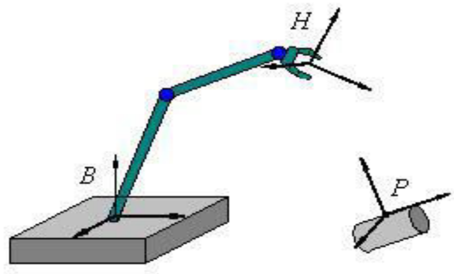
Premiul I

Folosirea unei matrice în robotică

Elev: Baciu Alexandru
Elev: Vasilescu Ana
Profesor coordonator: Toader Cătălin
Colegiul "Mihail Cantacuzino", oraș Sinaia

Robotica constituie astăzi unul dintre cele mai dinamice domenii ale tehnologiilor avansate, bine conturat ca arie de cuprindere a aplicaţiilor industriale, dar şi specifice unui număr mare de domenii emergente, multe dintre acestea apărute în ultimii cinci ani de dezvoltare a acestui domeniu.

În multe probleme de robotică, este util să se definească mai mult decât un sistem de coordonate. De exemplu, în imaginea de mai jos am definit trei sisteme de coordonate. Am atașat un sistem de coordonate numit B la baza robotului, un alt sistem de coordonate numit H la mâna sa și un altul numit P, pentru piesa pe care robotul trebuie să o prindă. Sistemul de coordonate al lui P este util pentru localizarea punctelor de pe cilindru, sistemul de coordonate B ne ajută sa arătam locația mâinii, iar sistemul de coordonate H este folositor pentru măsurarea distanțelor efectuate de mână.



De multe ori cunoaștem poziția și orientarea cilindrului P în raport cu baza B, dar trebuie să ne asigurăm că cilindrul este in apropierea mâinii H, pentru ca aceasta să o putea apuca. Acest lucru poate fi calculat doar dacă știm poziția și orientarea mâinii în raport cu baza. Este de reținut că orientarea, precum și poziția, sunt importante dacă dorim ca piesa sa fie luată cu usurință. În următorul exemplu, vom explica modul în care o matrice poate fi utilizată pentru a ne informa despre localizarea și orientarea unui al doilea sistem de coordonate, având în vedere un sistem de coordonate inițial.

Considerăm următoarea matrice:

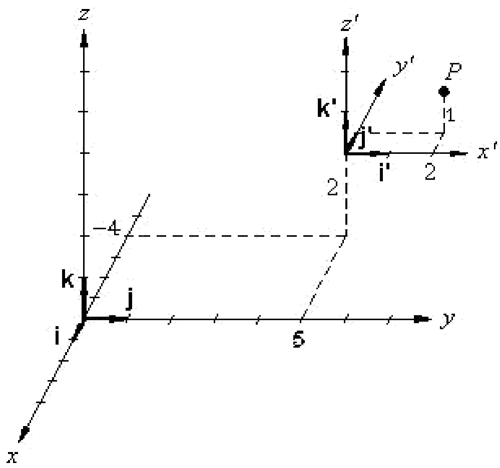
$$A=\left[\begin{array}{ccc|c}0&-1&0&-4\\1&0&0&5\\0&0&1&2\\\hline 0&0&0&1\end{array}\right]$$

Introducem la originea matricei și la capete vectorii unitate ai primului sistem de coordonate. Matricea rezultată conține originea și capetele vectorilor celui de-al doilea sistem de coordonate.

$$\left[\begin{array}{ccc|c}0&-1&0&-4\\1&0&0&5\\0&0&1&2\\\hline 0&0&0&1\end{array}\right]\left[\begin{array}{c|c|c|c}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\\hline 1&1&1&1\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c|c|c|c}-4&-4&-5&-4\\5&6&5&5\\2&2&2&3\\\hline 1&1&1&1\end{array}\right]$$

matricea | originea | vector unitate i | vector unitate j | vector unitate k | originea | vector unitate i' | vector unitate j' | vector unitate k'

$A \cdot$ {primul sistem de coordonate} = { al doilea sistem de coordonate }



Aceste două sisteme de coordonate sunt prezentate în figura de mai sus. (Sistemul al doilea de coordonate este cel cu literele urmate de apostrof, “ i’,j’,k’ “). Punctele sunt situate în raport cu sistemul de coordonate. De exemplu, punctul P este situat la (x’= 2, y’= 1, z’= 1) în al doilea sistem de coordonate și la (x = -5, y = 7, z = 3) în primul sistem.

Probabil cel mai rapid mod de „a proiecta“ o matrice:

$$A=\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

este să observăm că cele trei coloane ale submatricei de 3 linii și 3 coloane dau orientarea celui de-al doilea sistem de coordonate, așadar:

prima coloană este: $\mathbf{i}' = 0\,\mathbf{i} + 1\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$
a doua coloană este: $\mathbf{j}' = -1\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$
a treia coloană este: $\mathbf{k}' = 0\,\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 1\mathbf{k}$

iar vectorul cu 3 elemente de pe ultima coloană a matricei **A**:

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

dă poziția originii celui de-al doilea sistem de coordonate.

Astfel, am prezentat modul în care funcționează un robot, prin intermediul matricelor lineare, al vectorilor și al sistemelor de coordonate. Putem spune că robotica se bazeaza în cazul nostru pe cunoștințe matematice.

Bibliografie

www.ttonline.ro
www.bcit.ca

Matematica: ştiinţa care a dat naştere limbajelor secrete

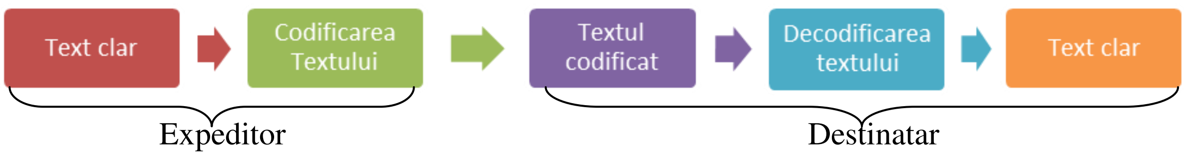
Elev: Mihălăchiuţă Radu-Gabriel
Profesor coordonator: Doinaru Mihaiela
Colegiul "Mihail Cantacuzino", oraş Sinaia

INTRODUCERE:

De-a lungul timpului, oamenii s-au străduit să descopere regulile şi modelele lumii materiale, să determine calităţile obiectelor, relaţiile complexe dintre ei şi ceea ce îi înconjoară. Matematicienii sunt cei ce caută reguli şi algoritmi în spatele unui haos aparent şi al unei complexităţi infinite.

În această căutare, ei folosesc descoperirile premergătorilor lor de pe întregul mapamond pentru a rescrie limba în care a fost scris universul, ca mai apoi să ducă la descoperirea sau formarea unor limbaje complet noi şi secrete.

Criptologia(cripto=ascuns) este la fel de veche ca şi limbajul. Odată cu transmiterea de mesaje, oamenii au avut nevoia ca acestea, ajunse în mâinile unor persoane indizerabile, să nu poată fi decodificate şi deci citite. Scopul criptologiei este de a transmite şi proteja informaţiile, asigurându-le confidenţialitatea dintr-un mesaj. Criptografia este studiul tehnicilor utilizate pentru a codifica un text inteligibil.



După codificarea textului, printr-un anumit procedeu, se obţine textul cifrat, care odată ajuns la destinatar trebuie decodificat, făcând astfel operaţia inversă realizată de expeditor.Un procedeu de codificare a unui mesaj este cel realizat prin substituţii literale, când textul clar este codificat literă cu literă sau prin grupuri de două sau trei litere.

Cifrul lui Iulius Cesar:

În criptografie, cifrul lui Cezar, numit și cifru cu deplasare, codul lui Cezar sau deplasarea lui Cezar, este una dintre cele mai simple și mai cunoscute tehnici de criptare. Este un tip de cifru al substituției, în care fiecare literă din textul inițial este înlocuită cu o literă care se află în alfabet la o distanță fixă față de cea înlocuită. Fiecărei litere din textul sursă i se asociază ordinea lexicografică x. Pentru cifrare, aceasta see înlocuieşte prin caracterul cod $(x + k) \bmod 26$. Pentru descifrare se utilizează regula inversă: $(x - k) \bmod 26$.

Pentru a -şi cifra o parte din corespondenţă, Cesar realiza o rotaţie la stânga a alfabetului clar cu 3 poziţii

Alfabetul clar	a		b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
Alfabetul cifrat	D		E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Cheia cifrului este această rotaţie.

De exemplu, textul "te ador"se codifică şi devine "WHDGRU".

Sistemul de cifrare Hill:

În criptografia clasică, cifrul Hill este un cifru al substituției poligrafic bazat pe algebră lineară. Inventat de către Lester S. Hill în 1929, a fost primul cifru poligrafic în care era practic posibil să se opereze cu mai mult de trei simboluri deodată.

Algoritmul procesează un bloc de date M de n caractere (litere), cheia de cifrare fiind reprezentată de o matrice K de dimensiune n × n, inversabilă mod p. Există două subclase ale algoritmului Hill pentru care regulile de cifrare diferă prin ordinea în care se efectuează înmulţirile: o primă subclasă are ca regulă de cifrare operația de înmulţire $C = MK$ cu descifrarea $M = CK^{-1}$, iar a doua subclasa foloseşte ca regulă de cifrare înmulţirea $C = KM$ având descifrarea corespunzătoare $M = K^{-1}C$.

Aplicaţie rezolvată:

Să se cifreze mesajul: BLAZE OF GLORY(melodie a lui Bon Jovi).

Algoritmul utilizat este cifrul lui Hill (2 × 2), cheia de cifrare fiind matricea: $\begin{pmatrix} J & B \\ V & I \end{pmatrix}$

Rezolvare: Prin înlocuirea literelor din cheie cu poziţiile corespunzatoare din alfabet (A - 0, B - 1, etc.) se obţine: $K=\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 21 & 8 \end{pmatrix}$; Textul clar se sparge în blocuri de 2 caractere, care se cifrează pe rând. De exemplu, BL corespunde matricii: $M=\begin{pmatrix} 1 & 11 \end{pmatrix}$.

Diagrama se cifrează în: $C=\begin{pmatrix} 1 & 11 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 21 & 8 \end{pmatrix}$mod 26=(6 11)=(G L)

Deci, BL se cifrează în GL. Se continuă în mod analog. În final se obţine: GLFSS MPBDT HB.

CONCLUZIE:

Matematica, dincolo de formule şi teoreme, ieşind în afara manualului, reprezintă artă, ştiinţă creatoare şi viaţă.

Astfel, putem spune că istoria a fost scrisă cu ajutorul matematicii. Criptarea pe baza acestor algoritmi simpli, dar foarte eficienţi, a ajutat la păstrarea păcii, fiind folosite în mediul militar din întreaga lume. Totodată, matematica a ajutat la împlinirea iubirii, permiţându-le îndrăgostiţilor să comunice prin limbaje secrete pentru a-şi conecta astfel sufletele.

Totul se rezumă la matematică, mama tuturor ştiinţelor. Limba universală care a făcut posibilă evoluţia umanităţii şi care ne va conduce către viitorul mult visat.

Doresc să închei cu citatul meu favorit legat de această artă: : „Matematica este limba cu care Dumnezeu a scris universul." - Galileo Galilei

YD PXOWXPHVF (să se folosească cifrul lui Cesar pentru înţelegere)

BIBLIOGRAFIE:

- http://andrei.clubcisco.ro/cursuri/f/f-sym/5master/aac-criptografie/Aplicatii.pdf
- ro.wikipedia.org
- Manual de matematică clasa a 11-a, Mircea Ganga, editura Mathpress, 2006
- https://www.viitoriolimpici.ro/istoria-matematicii?id=271

Programare în Arduino

Elev: Matei Bianca
Elev: Gheorghe Marius
Profesor coordonator: Cincu Mihaela
Colegiul "Mihail Cantacuzino", oraș Sinaia

Programarea este un domeniu foarte vast în care poți realiza multe proiecte. Din această cauză cei ce vor sa înceapă să programeze nu știu de unde să înceapă. Placa Arduino asigură un început ușor, dar sigur pentru o carieră în programare.

Arduino este o companie open-source care produce atât plăcuțe de dezvoltare bazate pe microcontrolere, cât și partea de software destinată funcționării și programării acestora. Pe lângă acestea include și o comunitate uriașă care se ocupă cu creația și distribuirea de proiecte care au ca scop crearea de dispozitive care pot sesiza și controla diverse activități sau procese în lumea reală.

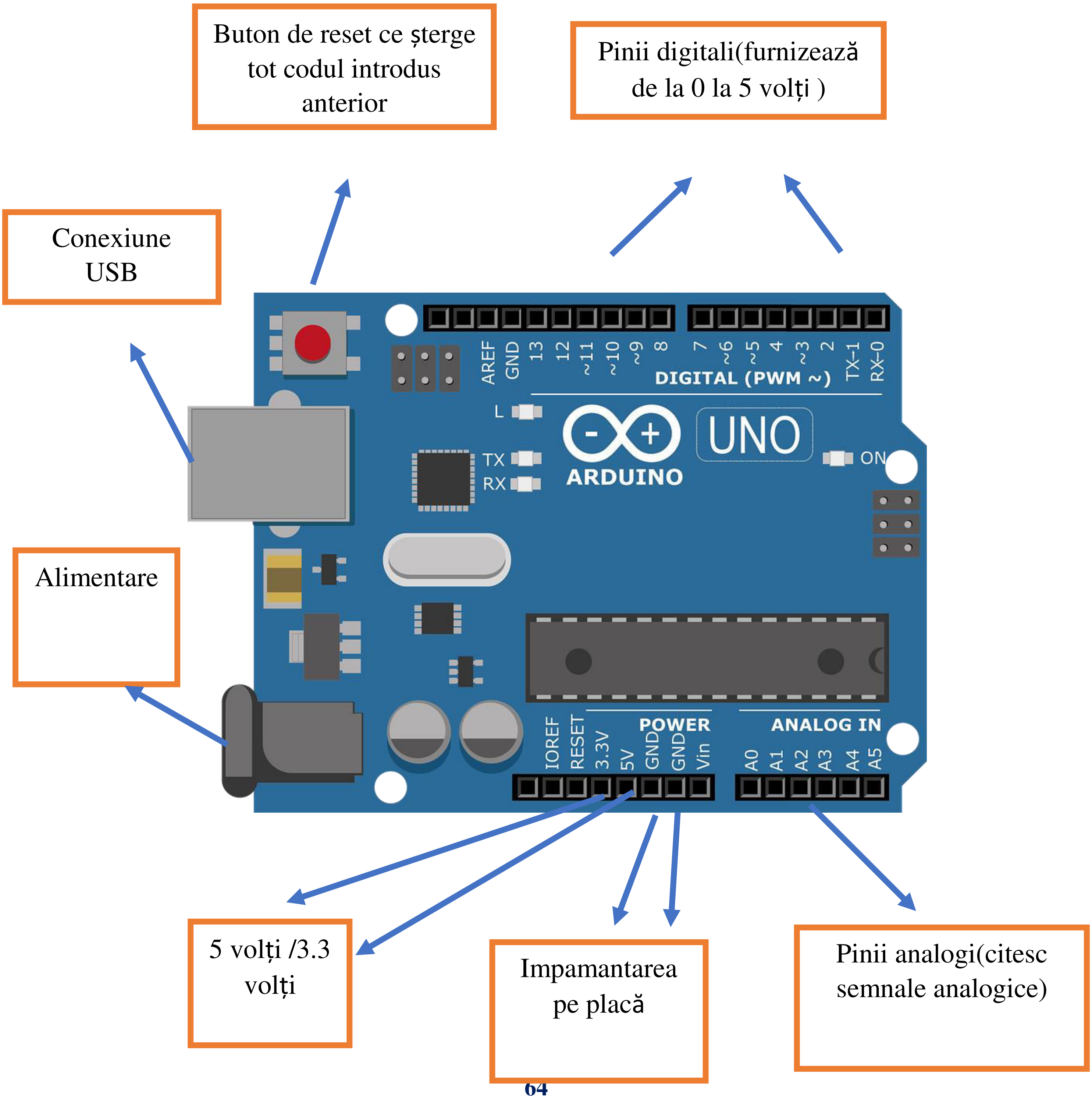
Proiectul este bazat pe designul plăcilor cu microcontroler produse de câțiva furnizori, folosind diverse tipuri de microcontrolere. Aceste plăci pun la dispoziția utilizatorului pini I/O, digitali și analogici, care pot fi interfațați cu o gamă largă de plăcuțe numite scuturi (shield-uri) și/sau cu alte circuite. Plăcile au interfețe de comunicații seriale, inclusiv USB pe unele modele, pentru a încărca programe din calculatorele personale. Pentru programarea microcontrolerelor, Arduino vine cu un mediu de dezvoltare integrat (IDE) bazat pe proiectul Processing, care include suport pentru limbaje de programare ca C și C++.

Primul Arduino a fost lansat în 2005, având ca țintă asigurarea unei soluții ieftine și simple pentru începători și profesioniști spre a crea dispozitive capabile să interacționeze cu mediul, folosind senzori și sisteme de acționare. Cele mai comune exemple sunt dispozitivele pentru utilizatorii începători precum: roboții simpli, termostatele și/sau detectoarele de mișcare.

Plăcuțele Arduino sunt disponibile comercial sub formă preasamblată sau sub forma unor kituri de asamblat acasă (do-it-yourself). Specificațiile schemelor sunt disponibile pentru orice utilizator, permițând oricui să fabrice plăcuțe Arduino. Adafruit Industries estimase la mijlocul anului 2011 că peste 300.000 de plăcuțe oficiale Arduino au fost produse, iar în 2013 700.000 de plăcuțe oficiale erau în posesia utilizatorilor.

ARDUINO
OPEN-SOURCE
COMMUNITY

Structura placa Arduino:



Senzori si kituri folosite în proiecte cu Arduino:

Limbajul de programare folosit în Arduino este C++/C.

Senzor ultrasonic - HC-SR04

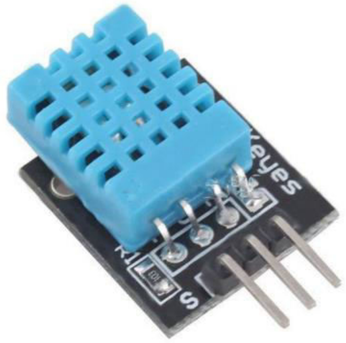
Ce putem face cu acesta ?

- ✓ **Măsurarea distanțelor;**
- ✓ **Construirea de radare;**
- ✓ **Construirea senzorilor de mişcare;**

Codul folosit pentru senzorul HC-SR04:

```
#define echoPin 7 // Echo Pin  #define trigPin 8 // Trigger Pin
#define LEDPin 13 // Onboard LED
int maximumRange = 200; // Maximum range needed
int minimumRange = 0; // Minimum range needed
long duration, distance; // Duration used to calculate distance
void setup() { Serial.begin (9600);
pinMode(trigPin, OUTPUT);    pinMode(echoPin, INPUT);
pinMode(LEDPin, OUTPUT); // Use LED indicator (if required)}
void loop() {
  /* The following trigPin/echoPin cycle is used to determine the
distance of the nearest object by bouncing soundwaves off of it. */
digitalWrite(trigPin, LOW); delayMicroseconds(2);S
digitalWrite(trigPin, HIGH); delayMicroseconds(10);
digitalWrite(trigPin, LOW); duration = pulseIn(echoPin, HIGH);
//Calculate the distance (in cm) based on the speed of sound.
distance = duration/58.2;
```

```
 if (distance >= maximumRange || distance <= minimumRange){
  Serial.println("Can't read") ;digitalWrite(LEDPin, HIGH);}
else { /* Send the distance to the computer using Serial protocol, and turn LED OFF to indicate successful reading. */  Serial.println(distance); digitalWrite(LEDPin, LOW);}
//Delay 50ms before next reading.    delay(50);}
```

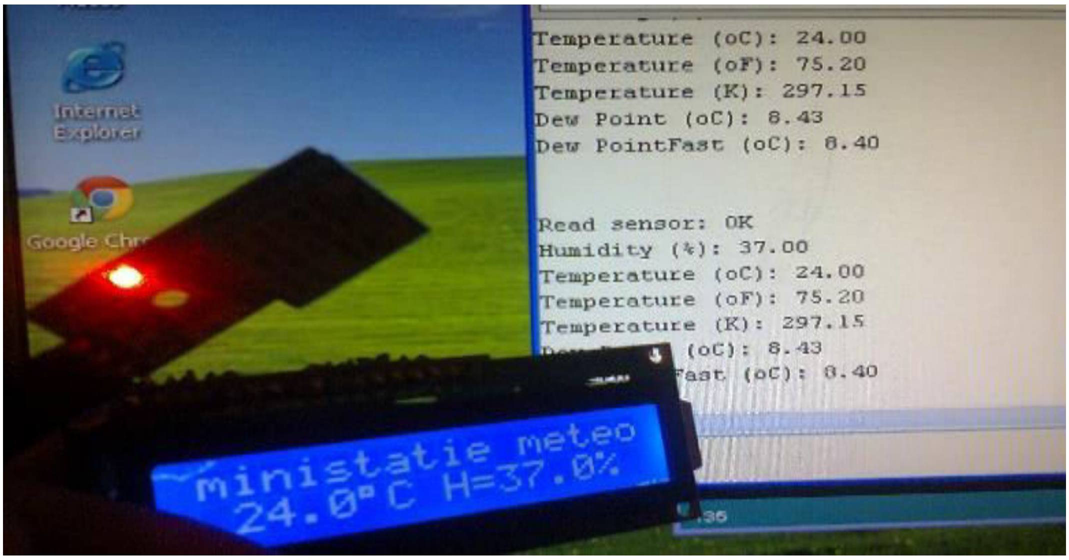


Senzor de temperatură si umiditate -DHT11

Cu acest senzor se masoară temperatura si umiditatea din mediu.

Cod folosit pentru senzorul de temperatură si umiditate:

```
#include<dht.h>
    dht DHT;
 #define DHT11_PIN 3
 void setup() {
Serial.begin(9600);
Serial.println("welcome to Humidity and temperature Detector"); }
void loop() { // READ DATA
 int chk = DHT.read11(DHT11_PIN);
Serial.println(" Humidity " );
 Serial.println(DHT.humidity, 1);
 Serial.println(" Temparature ");
 Serial.println(DHT.temperature, 1);
delay(2000); }
```



Modul LCD:

Acest LCD afişează mesaje.

Cod folosit:

```
const int rs = 12, en = 11, d4 = 5, d5 = 4, d6 = 3, d7 = 2;

LiquidCrystal lcd(rs, en, d4, d5, d6, d7);

void setup() {

  // set up the LCD's number of columns and rows:

  lcd.begin(16, 2);

  // Print a message to the LCD.

  lcd.print("hello, world!");}

void loop() {

  // set the cursor to column 0, line 1
```

// (note: line 1 is the second row, since counting begins with 0):

lcd.setCursor(0, 1);

// print the number of seconds since reset:

lcd.print(millis() / 1000);}

Bibliografie:

- Wikipedia.org;
- Arduino.cc;
- Nicu-Florica.blogpost;
- Arduino pentru începători;(carte)

Premiul al II-lea

Calcule dulci

Elev: Gabor Larisa-Elena

Profesor coordonator: Ţigănelea Cristina, Păcureţu Simona

Colegiul "Mihail Cantacuzino", oraș Sinaia

Viața este plină de matematică. Ne întâlnim cu ea la piaţă, la servici, chiar şi pe stradã. În fiecare clipã, numãrãm momente, calculãm distanţe şi numerotãm fiecare lucru nesemnificativ. Așa suntem noi structuraţi , trãim prin cifre, ne place sã ştim concret, prin numere, pornind de la câte stele sunt pe cer, și terminând cu câte imbrãţişãri am primit astãzi. Însã, mie și altor mii de oameni, viaţa nu ne-a dat șansa de a face doar aceste calcule simple. Pentru noi, fiecare adunare greșitã, fiecare cifrã în plus sau în minus ne poate costa viaţa. Poate vã întrebaţi " de ce ?". Rãspunsul este simplu : diabetul zaharat, pe lângã insulinã şi o alimentaţie corectã, are o strânsã legãturã cu matematica. Ca orice altã ştiinţã exacta, cum ar fii biologia sau chimia , și matematica se numãrã printre motivele care ne menţin În viaţã.

INTRODUCERE ÎN DIABET

Diabetul de tip 1 este o boalã neereditarã, ce apare în general la pacienţii tineri, vârsta medie fiind de la 0 la 30-35 de ani. Diabetul este o boalã autoimunã, adicã poate apărea la orice vârstã fragedã fãrã un motiv anume. Pur și simplu, celulele ce produc insulinã își opresc funcţionalitatea, iar insulina trebuie injectatã din exterior prin niște seringi numite penuri sau prin pompe de insulinã.

Pacienţii cu diabet zaharat de tip 1, trebuie sã se încadreze într-un interval glicemic cât mai mic și anume 70-130 înainte de masa și 70-160 la 2 h după masă. În cazul în care glicemia nu poate fii ţinutã sub control doar din alimentaţie, lucru care este foarte greu de realizat, se injectează insulinã. Acum vine întrebarea "de ce matematica este atât de importantã dacã sunt de urmat doar 2 pași simplii?" Ei,bine, insulina este de doua tipuri:

-insulina bazalã

-insulina prandialã

Doza zilnica de insulin totalã (DZT)

DZT=0,7 u-1u /kg corp (pe tot intervalul zilei)

1. Insulina bazalã=50% din DZT
2. Insuina prandialã=50% din DZT – este distribuitã între cele 3 mese principale (mic dejun, prânz, cinã)

Aici intervine altã formula:

10 g HC-500/DZT= g HC la 1 u de insulinã.

CE SUNT CARBOHIDRAŢII?

Carbohidraţii sunt gramele de glucide și zaharuri care existã în totate alimentele. Unele alimente au mai puţini carbohidraţi , altele mai mulţi.

Un diabetic trebuie să mãnânce în jur de 120-150 HC zilnic. Pentru o glicemie cât mai bunã, aceștia trebuie calculaţi și ei. De obicei, carbohidraţii se calculează cu regula de 3 simplă.

Ex: 100g aliment ….n g HC

X……… 70g HC.

În cazul alimentelor compuse, de exemplu o plãcintã cu mere, carbohidraţii se calculeazã astfel:

- Se cântãresc pe rând toate ingredientele și se calculează la fiecare dintre ele, numãrul de carbohidraţi.
- Se adunã toate gramele de HC care au rezultat.
- Se cântãrește prãjitura toatã, iar numãrul de HC (adunaţi mai devreme) se egalează cu câte grame are întreaga prãjiturã.
- Se calculeazã g de HC cu regula de 3 simplă.

CE ESTE GLICEMIA?

Glicemia este zahãrul din organism, mai exact din sânge. Cu acest "zahãr", creierul nostru se hrãnește și funcţionează corespunzãtor. În cazul unei creșteri brușe de glicemie, pacientul suferã câteva simptome, la fel și în cazul unei glicemii scãzute.

SIMPTOMELE HIPERGLICEMIEI

-greaţã

-dureri de cap

-dureri abdominale

-lipsa de concentrare

-stãri de nervozitate

SIMPTOMELE HIPOGLICEMIEI

-transpiraţie excesivã

-foame

-tremurat

-dureri de cap

FACTORII CARE INFLUENȚEAZĂ GLICEMIA

-schimbarea bruscã a temperaturii (starea vremii)

-râsul

-plânsul
-starea de nervozitate
-fericirea
-tristeţea
-efortul fizic

În cazul în care un calcul este făcut incorect, fie în cazul carbohidratilor, fie al unei doze prea mari sau prea mici de insulinã, pacientul suferã fluctuaţii grave ale glicemiei. Aceste fluctuaţii nu sunt de loc indicate, deoarece pe viitor pacientul suferã niște complicaţii grave, cum ar fi: amputãri ale membrelor, orbire, insuficienţã renalã, piciorul diabeticului și multe altele .

Aceste calcule incorecte influenţează atât starea de bine a pacientului, cât și sãnãtatea acestuia, în cel mai rãu caz, ajungându-se la comã diabeticã.

Matematica, fizica, biologia și chimia, studiate de oamenii inteligenţi și cu studii în domeniul medical, ne ajutã zilnic sã trãim, iar alãturi de noi, duc lupta cu diabetul.

Poate acesta nu este un mod de viaţã pe care ar vrea cineva sã îl trãiască, dar o data cu el, întelegi valorile vieţii, respecţi oamenii care îţi sunt alaturi, devii recunoscãtor tuturor medicilor și cercetãtorilor, dar cel mai important începi sã apreciezi viaţa exact așa cum e ea.

Viaţa diabeticilor este îndulcitã cu calcule zilnice, trãitã cu intensitate, preţuitã cu fiecare minut, calculatã. Dar mai ales este o luptã în care numai familia împreunã cu tine sunteţi singura armatã. Motivul acestui rãzboi este unul foarte important, și anume , VIAȚA.

BIBLIOGRAFIE:

www.complete-life.ro , + informaţii medicale învãţate de-a lungul anilor .
"Diabetul zaharat" de Victor Duta , "Cartea mea de diabet" dr.Mirela Culman , "Diabetul zaharat, nutriţia și bolile metabolice" -tratat 1 de Nicolae Hâncu , Gabriela Roman, Ioan Andrei.

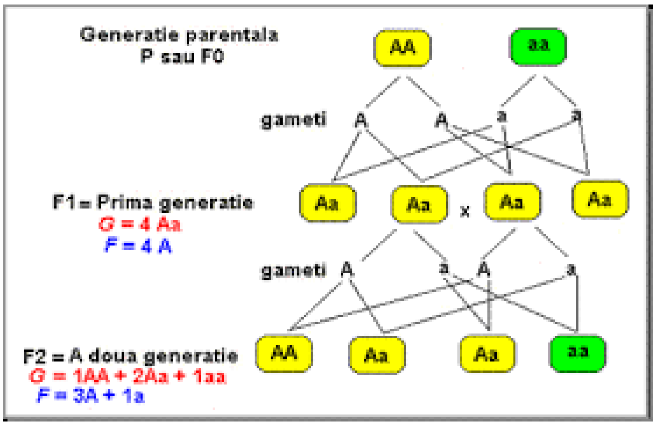
Aplicații ale matematicii în biologie

Elev: Păunescu Andrei
Elev: Ciora Anamaria
Profesor coordonator: Doinaru Mihaiela
Colegiul "Mihail Cantacuzino", oraș Sinaia

Contrar tuturor așteptărilor, matematica, mama tuturor științelor, nu are doar un rol teoretic, ci se găsește aplicată în tot ceea ce ne înconjoară. Astfel, formulele matematice au o aplicativitate majoră, chiar și în discipline precum biologia.

Un prim exemplu ar fi modul în care **şirurile sunt folosite în medicină.** Cantitatea unui antibiotic în sânge este dată de formula $c_n = c[1 + e^{kt} + e^{2kt} + \cdots + e^{(n-1)}]$, unde c e cantitatea de antibiotic , n este numărul de doze, t este timpul dintre doze, iar k e o constantă care precizează cât de repede sângele metabolizează antibioticul. Presupunând că o doză de antibiotic creşte nivelul sângelui cu 0,5 mg/l., dacă antibioticul este administrat la 4 ore şi k=-0,867, să se determine concentraţia de antibiotic înainte de a cincea doză. Trebuie calculat elementul $c_4 = c(1 + e^{4k} + e^{8k} + e^{12k})$. Astfel rezultă $c_4 = 0{,}516\ mg$.

Cel de-al doilea exemplu este **GENETICA**, unde, în cele două legi fundamentale ale lui Mendel se utilizeză raționamente și formule matematice.



Matematic, se poate observa caracterul dominant, de 3 ori mai probabil de a se manifesta decât unul recesiv.

D, caracterul dominant, se manifestă într-o proporţie de ¾, adică un procent de 75%.

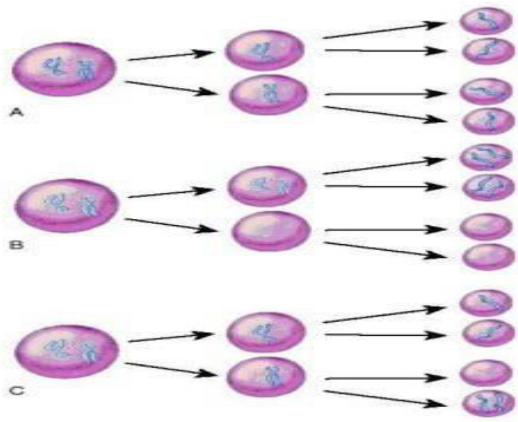
În același timp, r, adică caracterul recesiv, are o proporţie de ¼, deci un procent de 25%.

Cu ajutorul acestui procent putem evidenţia ce caractere sau posibile boli va avea următoarea generaţie.

De asemenea, **diviziunea celulară** este procesul biologic prin care se formează două celule-fiice dintr-o celulă mamă, proces ce pornește de la principii matematice relativ simple, uşor de înțeles prin studiul progresiilor geometrice.

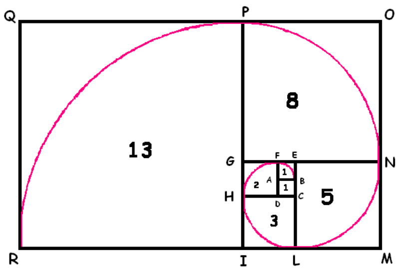
Ciclul de viaţa al unei celule cuprinde două părți: ***INTERFAZA*** şi ***DIVIZIUNEA CELULARĂ***. Interfaza este procedeul anterior diviziunii, în care se dublează cantitatea de ADN, ARN și proteine. Ea are mai multe stadii, cu sinteze complexe, procese de dublare a continuţului celulei.Procesul propriu-zis de divizune prezintă patru etape: profază, metafază, anafază și telofază.

Această diviziune este un proces de înmulţire a celulelor. Numărul acestora creşte ca o putere a lui 2 odată cu fiecare generaţie, precum o progresie geometrică de raţie 2, ai cărei termeni reprezintă produsul dintre termenul anterior si rație.Cu alte cuvinte, pornind de la o singură celulă, numărul final la care se poate ajunge după diviziune ar fi uşor de determinat printr-un simplu calcul.



Un alt element remarcabil este **ŞIRUL LUI FIBONACCI**, ce reprezintă un şir în care fiecare termen, începând cu al treilea, este suma primilor doi termeni dinaintea sa: 1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233 etc.

Raportul a 2 termeni consecutivi din şirul lui Fibonacci este de aproximativ 0,618034. De exemplu, 33/55=0,1682, care nu este altceva decât valoarea în radiani a unui unghi. După acesta, frunzele unor plante pot fi dispuse astfel încât să ocupe cât mai puţin spaţiu şi să obţină cât mai mult soare. **SPIRALA LOGARITMICĂ** urmăreşte dimensiunile date de secvenţa lui Fibonacci: pe axa pozitivă: 1,2,5,13… si pe axa negativă: 0,1,3,8. Această spirală este singura ce nu-și modifică forma odată cu creşterea, putând fi adesea întâlnită în numeroase forme din natură.



Cantitatea de elemente din sânge poate fi calculată folosind procente: volumul de sânge din corp este 7-8% din masa corporală a unui individ, plasma reprezintă 55-60% din volumul de sânge, iar în ea se găsesc 1% substanțe anorganice , 9% substanţe organice si 90% apă.

De asemenea, se poate calcula şi volumul de aer din plămâni: **volumul curent(V.C)** este volumul de aer transportat prin spaţiul respirator în timpul unei respiraţii normale şi este egal cu 500 ml aer, **volumul inspirator de rezervă(V.I.R)** este volumul de aer transportat prin plămâni în timpul unei inspiraţii forţate şi este egal cu 1500 ml aer, **volumul expirator de rezervă(V.E.R)** are aceeaşi valoare, fiind volumul de aer eliminat din plămâni . **Capacitatea vitală** reprezintă volumul maxim de aer şi are formula C.V.=V.C.+V.I.R.+V.E.R. **Volumul rezidual (V.R.)** are valoarea de 1300-1500 ml şi, cu ajutorul lui, se calculează **capacitatea pulmonară totală(C.P.T)**, care este suma volumelor: C.P.T.=C.V+V.R. **Debitul ventilator (D.V.)** este produsul dintre frecvenţa respiratorie şi volumul curent: D.V.=$\sigma_{resp}\cdot$ V.C. ,unde σ_{resp} este **frecvenţa respiratorie**, egală, la femei cu 18 respiraţii pe minut, iar la bărbaţi cu 16 respiraţii pe minut.

BIBLIOGRAFIE

-manual de matematică, clasa a 11-a (Mircea Ganga)

- https://www.scribd.com/document/71891048/Matematici-Aplicate-in-Biologie

- caiet de biologie, clasa a 10-a

Despre numere complexe şi aplicaţiile lor în alte domenii

Elev: Ducu Victor
Elev: Grigore Vlad
Profesor coordonator: Doinaru Mihaiela
Colegiul "Mihail Cantacuzino", oraş Sinaia

<u>Descoperirea numerelor imaginare:</u>

Cu ocazia primului contact la școală cu calculul rădăcinii pătratice, se învață că nu se poate calcula radicalul unui număr negativ, deoarece orice număr real, indiferent dacă este negativ sau pozitiv, ridicat la pătrat este întotdeauna pozitiv. În liceu aflăm că totuși există si rădăcini pătratice a numerelor negative, pe care le numim *numere imaginare* sau *numere complexe*. Acestea sunt adesea prezentate drept o consecință a necesității găsirii unei soluții pentru ecuația $x^2 + 1 = 0$.

În mijlocul secolului al XVI-lea, în Europa nu era folosit numărul 0 și nici numerele negative. De asemenea nu se considera că ecuațiile pătratice au două rădăcini. Matematicienii din acea vreme știau că problema rezolvării ecuațiilor cubice se putea reduce la rezolvarea a două cazuri: $x^3 + \mathrm{mx} = \mathrm{n}$ si $x^3 = mx + n$, unde m,n>0. Astfel, Cardano, a obținut următoarele rezultate:

$$\sqrt[3]{\frac{b}{2}+\sqrt{\frac{a^3}{27}+\frac{b^2}{4}}}+\sqrt[3]{\frac{b}{2}-\sqrt{\frac{a^3}{27}-\frac{b^2}{4}}}.$$

Mulțimea numerelor complexe formează un corp – corpul numerelor complexe, notat cu $\mathbb{C}$. Formal, mulțimea numerelor complexe reprezintă mulțimea tuturor perechilor de numere reale ordonate, (a,b), înzestrată cu operațiile de adunare și înmulțire definite mai jos:
(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d);
(a,b)·(c,d)=(ac-bd, bc+ad).

Numărul complex (0,1) are proprietatea (0,1)(0,1)=(1,0), adică $(0{,}1)^2 = (-1{,}0)$ indentificat cu numărul real -1. Niciun număr real nu are această proprietate; de aceea el a fost demunit "numărul i" ("i" de la "imaginar").

<u>Forma algebrică si trigonometrică a numerelor complexe:</u>

Un număr complex poate fi scris astfel: (1,b)=(a,0)+(b,0)(0,1)= a+bi, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Pentru orice număr complex, se numește *partea reală* a lui z numărul $a \in \mathbb{R}$, notat cu Re(z), iar b se numește *partea imaginară* a lui z și se notează b=Im(z).
Numărul i se numește unitate imaginară.

Un număr complex care are partea reală nulă se numește număr complex pur imaginar.

Dacă z=a+bi, atunci numărul complex $\bar{z}$=a-bi se numește conjugatul numărul complex z.

Proprietăți:

1) egalitatea a două numere complexe: z=a+bi, w=c+di; z=w ⇔ a=c și b=d;

2)$\bar{\bar{z}}$=z;

3) $\bar{z}\bar{w}=\overline{zw}$;

4) $\bar{z}+\bar{w}=\overline{z+w}$;

5) $\overline{z/w}=\bar{z}/\bar{w}$;

Modulul numărului complex z=a+bi este un numă real notat |z|=$\sqrt{a^2+b^2}$.

Propritățile modului:

1) $|z|\geq 0, \forall z \in \mathbb{C}$;

2) |z|=0 ⇔z=0;

3) |z·w|=|z|·|w|

4) inegalitatea modulului: |z+w|≤|z|+|w|;

5) $|z_1 \cdot z_2 \cdot \ldots \cdot z_n| = |z_1| \cdot |z_2| \cdot \ldots \cdot |z_n|$;

6) $|z_1/z_2| = |z_1|/|z_2|$.

7) $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$.

Sub formă trigonometrică, un număr complex z=a+bi poate fi scris: $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$, unde r=$\sqrt{a^2+b^2}$ este modulul numărului complex z, iar $\alpha = arctg\left(\frac{b}{a}\right)$ este argumentul redus al acestui număr complex.

Proprietăți:

1) $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2\,(\cos(t_1+t_2) + i\sin(t_1+t_2))$;

2) $\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}\,(\cos(t_1-t_2) + i\sin(t_1-t_2))$;

3) $z^n = r^n(\cos(nt) + i\sin(nt))$;

4) $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{t+2k\pi}{n} + i\sin\frac{t+2k\pi}{n}\right), k = \overline{0, n-1}$.

<u>Aplicații ale numerelor complexe în viața cotidiană:</u>

1) În dinamica fluidelor, funcțiile complexe sunt folosite pentru a descrie potențialul de curgere în două dimensiuni.

2) În ingineria electrică, *transformarea Fourier* este folosită pentru a analiza diferite tensiuni și curenți. Tratamentul de rezistențe, de condensatori, inductoare și pot fi apoi unite prin introducerea de rezistențe imaginare dependente de frecvență pentru cele două din urmă

și care combină toate cele trei într-un număr complex unic numit impedanță. Această abordare se numește calcul phasor. În matematică, transformarea Fourier (numită după matematicianul și fizicianul Joseph Fourier) este o operație care se aplică unei funcții complexe și produce o altă funcție complexă care conține aceeași informație ca funcția originală.

<u>Alte aplicații:</u>

- timpul imaginar în fizica spațiu-timp;
- o scurtătură prin hiperspațiu;
- legile lui Kepler și orbitele sateliților;
- mișcarea retrogradă a planetelor;

-numerele complexe în electronica.

<u>Bibliografie:</u>

[1] *Paul J. Nahin* – O poveste imaginară. Istoria numărului $\sqrt{-1}$.

"The essence of mathematics is not to make simple things complicate, but to make complicated things simple." – S. Gudder

Premiul al III-lea

Matematica in Business

Elev: Negoescu Marc
Elev: Safta Daniel
Profesor coordonator: Cincu Mihaela
Colegiul "Mihail Cantacuzino", oraş Sinaia

În dezbaterea asupra rolului jucat de matematică, în ştiinţa economică s-au angajat figuri ilustre, reprezentând ambele tabere, atât economişti, cât şi matematicieni, cu opinii variind de la puritanism acerb la fuziune insolită.

Relaţia matematică-economie ţine de domeniul epistemologiei ambelor ştiinte însă aceasta nu trebuie privită ca un antagonism, ci ca un schimb permanent de informaţii, de metode, de rezultate. Din dorinţa de a da un sens relaţiei dintre cele două domenii, vom începe prin a surprinde opinii despre caracteristicile fundamentale ale celor două ştiinte, raţionalismul, respectiv empirismul, cu scopul de a infirma concepţia comună conform căreia fiecare dintre aceastea este o caracteristică proprie doar a uneia dintre ştiinţele în discuţie. Pentru a vorbi despre empirism în matematică este util să invocăm rădăcinile istorice ale acestei ştiinţe şi să constatăm că matematica s-a născut din necesități practice, ca rod al unor experienţe palpabile. Mai mult, teoriile abstracte, cum ar fi calculul diferenţial şi cel infinitesimal, îşi au originea în probleme practice, de natură fizică.

Folosirea metodelor matematicii în practica economică, de orice nivel, constituie o preocupare cu efecte benefice în rezolvarea problemelor economice actuale.

Obiectul Matematicilor financiare constă în utilizarea raționamentului matematic riguros în studiul modelelor economico-matematice ale operațiunilor financiare.

De multe ori, Matematicile financiare se confundă cu Ingineria financiară (analiza matematică a instrumentelor financiare derivate).

Matematica în Business este folosită în special în piața de capital. Piața de capital este termenul general folosit pentru a desemna piața în cadrul căreia sunt vândute și cumpărate instrumente financiare. Această piață include toate entitățile și operațiunile care susțin aceste procese.

Piața de capital din România include piețele de instrumente financiare și instituțiile specifice acestora (ex.: societățile de servicii financiare, emitenții etc.) operațiunile (ex.: serviciile de investiții financiare, ofertele publice etc.), precum și organismele de plasament colectiv (de ex.: fondurile de investiții), stabilind un cadru adecvat de reglementare și supraveghere a investițiilor în instrumente financiare. Piața financiară este formată din piața primară care asigură emisiunea de titluri financiare și piața secundară.

Tipurile piețelor financiare (în funcție de activele tranzacționate):

✓ piața titlurilor de valoare (stock market)

✓ piața derivatelor financiare (derivates market)

✓ piața de mărfuri (commodity market) – metale prețioase, cărbuni, alimente etc;

✓ piața cu venit garantat fix (fixed-income market)

Factori care influențează piața financiară:

- acțiunile investitorilor (instituții, persoane fizice);
- condițiile de afaceri (volumul de vânzari, perioada din an, cantitatea de profituri);
- acțiunile guvernamentale (dobânzi, taxe, politică);
- indicii economici (e.g., GNP, rata inflației, deficitul bugetar, rata somajului, indici bursieri)
- evenimentele interne şi internaționale (e.g., războaie, dezastre naturale);

Pe baza acestor procedee matematice, se pot crea stretegii prin care se pot achiziționa titluri de valoare și alte instrumente financiare de pe piața capitală într-un mod mai efcient și în același timp strategic.

Contractul de tip forward reprezintă o înțelegere de a tranzacționa un activ financiar la o dată viitoare scadentă, pentru un anumit preț stabilit la întemeierea contractului.

Notații:

K = prețul de livrare;

T = scadența;

S_t = prețul (spot) al activului la momentul t; (S_0– cunoscut, S_T − necunoscut);

Π_t = profitul net (pay-off) la momentul t.

$\Pi_T = S_T - K$ pentru (LF) și $\Pi_T = K - S_T$ pentru (SF)

Măsurarea creșterii economice se obține prin calculul ratei de creștere al produsului intern brut (PIB) sau a utilizării acestuia. Pentru aproximări, se folosește Regula de 72, metoda de estimarea perioadei de timp în care valoarea se dublează marcând o creștere constantă cu un procent anume.

$T \approx \frac{70}{r}$ r= procentul creșterii anuale ; T= perioada (ani) de dublare a sumei.

Contractul cu opțiune este un contract ce ofera deținătorului dreptul, dar nu și obligația de a tranzacționa în viitor un anumit activ financiar la un preţ convenit, într-un termen stabilit sau la expirarea acestuia, în schimbul unei plăți prime.

Opțiuni:

1. vanilla (europene, americane) sau exotice (e.g., bermudiene, knock-in/out, digitale)
2. de cumpărare (call option) sau de vânzare (put option)

Valoarea opțiunii europene la scadență:

$C(T) = (S_T - K) + $ (call) ¸si $P(T) = (K - ST)^+$ (put) ?

Profiturile corepunzătoare (pay-off):

$\Pi_c (S_T) = (S_T - K)^+ - C_0$ ¸si $\Pi_p(S_T) = (K - S_T) + - P_0$

Paritatea put-call:

$S(t) + P(t) - C(t) = Ke^{-r(T-t)}$, $\forall t \in [0, T]$.

Problema fundamentală este evaluarea acestor instrumente financiare.

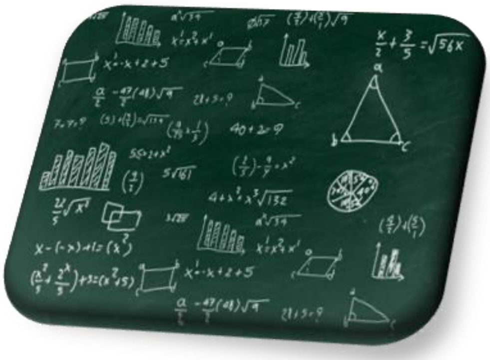
Bibliografie:

- portalmanagement.ro/beneficiile-matematicii-afaceri-efectul-iosif-si-efectul-noe
- se-b.spiruharet.ro/images/secretariat/2017-2018/programe_licenta/mk/sinteze/an_1_sem_1/mk_matematica_aplicata_in_economie_ani.pdf
- ro.wikipedia.org/wiki/Economie
- ro.wikipedia.org/wiki/Științe_economice
- ro.wikipedia.org/wiki/Creștere_economică
- lib.ase.md/wp-content/uploads/publicatii/Publicatii%20Asem_2005/CD_2005/1/Bazele%20functionarii%20pietelor%20de%20capital.pdf
- http://depmath.ulbsibiu.ro/chair/acu_mugur/manexe/MatematiciAplicateInEconomiePentruIDD.pdf
- asfromania.ro/consumatori/intrebari-frecvente/piata-de-capital
- www.math.uaic.ro/~SMPF/ModeleFinante.pdf

Probleme rezolvate cu ajutorul ecuațiilor – aplicații practice

Elev: Lefter Ștefan-Constantin
Profesor coordonator: Laiu Răzvan
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraș Sinaia

Studiul matematicii în şcoală contribuie la formarea şi dezvoltarea capacităţii elevilor de a reflecta asupra lumii, de a formula şi rezolva probleme pe baza relaţionării cunoştinţelor din diferite domenii, precum şi la înzestrarea cu un set de competenţe, valori şi atitudini menite să asigure o integrare profesională optimă.



INTRODUCERE

„Ecuaţiile joacă un rol esenţial în algebră şi mai ales în viaţa noastră. Viaţa, natura, societatea, sunt supuse unor legi care se exprimă prin ecuaţii care există chiar dacă vrem sau nu, de aceea trebuie să acordăm o atenţie deosebită acestui capitol important al matematicii.”

- Marinela Suliman, profesor de matematică şi specialist în didactica matematicii.

Această lucrare cuprinde atât o parte teoretică (definiție), cât și una practică (probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor, alături de un model de rezolvare).

- *ECUAȚIILE*

Definiție: În matematică, o ecuație este o propoziţie matematică ce afirmă că două expresii matematice sunt egale (o identitate) doar pentru anumite valori ale variabilelor implicate în acestea (sau chiar pentru nici o valoare). Valorile variabilelor pentru care egalitatea este adevărată poartă numele de soluții. Propozițiile matematice care definesc ecuațiile pot fi adevărate (dacă au cel puțin o soluție) sau false (dacă nu au soluție).

- *PROBLEME (aplicații practice) CARE SE REZOLVĂ CU AJUTORUL ECUAȚIILOR*

1) Într-o bibliotecă, pe un raft, se află 24 de cărţi, iar pe alt raft se află de două ori mai multe cărţi. Câte cărţi se află în total pe cele două rafturi?
2) Trei pixuri şi două caiete costă 38 de lei. Cinci pixuri costă cu 20 lei mai mult decât un caiet. Aflaţi preţul fiecărui obiect.
3) Un ţăran are de şapte ori mai multe găini decât raţe. După ce vinde 15 găini şi cumpără 3 raţe, numărul găinilor devine de patru ori mai mare decât cel al raţelor. Câte găini şi câte raţe avea la început?
4) Un biciclist parcurge o distanţă în trei zile, astfel: în prima zi un sfert din lungimea drumului, a doua zi trei cincimi din rest, iar în a treia zi ultimii 18 km. Care este lungimea traseului?
5) La un concurs *Cine ştie, câştigă!* , primeşti 2 puncte pentru un răspuns corect şi pierzi 5 puncte pentru un răspuns greşit. După 20 de întrebări, Adrian are 19 puncte. Câte răspunsuri corecte a dat Adrian?

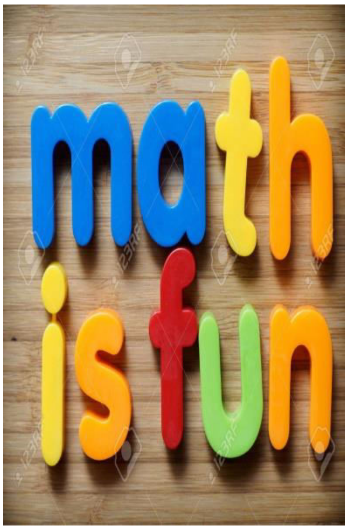
Iată rezolvarea problemei nr. 1:

Notăm numărul de cărți de pe primul raft cu litera *a*, iar de pe al doilea, cu *b*. Totalul de cărți de pe ambele rafturi se notează cu *t*.

a = 24 (cărți); **b = 2 x a**, deci b = 2 x 24 = 48 (cărți).

Totalul este reprezentat de nr. de cărți de pe primul raft și nr. de cărți de pe al doilea.

t = a + b, deci t = 24 + 48 = 72 (cărți).



CONCLUZIE

„Rezolvarea ecuației de gradul I (și nu numai) poate fi pe deplin înţeleasă dacă apelăm la practică. Legătura cu practica nu se realizează prin aplicaţii forţate, ci prin modul în care se predă algebra în ansamblul ei. Dar trebuie să înţelegem că ar fi o denaturare a algebrei să căutăm probleme practice pentru fiecare temă în parte.
Faptul că elevii, învăţând algebra, se ridică la cea de-a doua treaptă de abstractizare folosind notaţiile algebrice corespunzătoare, că învaţă să folosească un instrument matematic cum sunt ecuaţiile nu pot rămâne fără efect asupra formaţiei lor intelectuale. Deprinderile pe care şi le formează vor fi valorificate sub diferite forme, oricare ar fi activitatea lor viitoare."

BIBLIOGRAFIE

- definiția ecuațiilor (generalizată) – site: https://ro.wikipedia.org/wiki/Ecuație.
- imagine nr.1: https://www.popoptiq.com/types-of-equations/;
- imagine nr. 2 (*math is fun*): https://www.popoptiq.com/types-of-equations/;
- introducere și concluzii: Despre studiul ecuaţiilor, de Marinela Suliman, 28 iulie 2018 (https://iteach.ro/experientedidactice/despre-studiul-ecuatiilor);
- probleme/ exerciții: fișă de lucru din: https://www.didactic.ro/materiale-didactice/probleme-care-se-rezolva-cu-ajutorul-ecuatiilor-aplicatii-practice

Softuri educaționale

Elev: Doinaru Maria
Profesor coordonator: Toader Cătălin
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraș Sinaia

Printre disciplinele din sistemul nostru de învăţământ, nu vom întâlni nici una în predarea-învăţarea căreia calculatorul să nu fie util, măcar prin prezentarea unor imagini (în cazul unor discipline cum ar fi: geografia, biologia), sunete (în cazul unor discipline precum educaţia muzicală, limba română, limbile străine), baze de date, tabele matematice, etc. Cu toate acestea, computerul este folosit în învăţământul preuniversitar mai mult pentru predarea și învăţarea informaticii.

Deoarece domeniile educaţiei în zilele noastre sunt foarte variate, şi programele software dedicate fiecărei discipline în parte sunt diferite. Astfel, avem de a face cu programe pe calculator specializate pentru fiecare domeniu.

Prin soft educaţional înţelegem un set de programe pe calculator realizat cu scopul de a facilita procesul de transmitere şi însuşire a cunoştinţelor.

Un soft educaţional performant trebuie să atragă prin calitatea prezentării, să asigure necesarul de informaţii pentru o anumită temă, să asigure interacţiunea dintre calculator şi elev sau calculator şi profesor, să se poată adapta în funcţie de caracteristicile utilizatorului (de exemplu, programe care să prezinte mai multe niveluri de dificultate, trecerea la un nivel superior presupunând parcurgerea nivelurilor anterioare).

Pentru eficientizarea activităţilor de predare-învăţare şi evaluare întâlnim următoarele tipuri de programe software:

- Programe interactive pentru însuşirea de cunoştinţe noi care creează între computer şi elev un dialog asemănător cu cel dintre elev şi profesor. Aceste programe sunt aşa numitele „tutoriale”. Aceste soft-uri pot prelua unele dintre funcţiile profesorului, conducând-l pe elev, pas cu pas spre descoperirea şi însuşirea unor cunoştinţe. Există şi posibilitatea ca elevul să nu urmeze calea indicată de realizatorul programului, ci să îşi aleagă singur informaţiile pe care doreşte să le asimileze.

- Programe software de simulare a unui obiect sau fenomen real prin intermediul computerului. Elevul poate folosi acest gen de programe pentru a observa fenomenul studiat, dar poare avea şi posibilitatea de a modifica anumiţi parametri şi a descoperi în ce fel se modifică obiectul sau fenomenul respectiv.

- Soft-urile de exersare pot fi folosite le diverse discipline pentru a-l ajuta pe elev să-şi formeze deprinderi şi priceperi specifice, executând un set de sarcini, lucrând după posibilităţile sale şi în ritmul propriu.

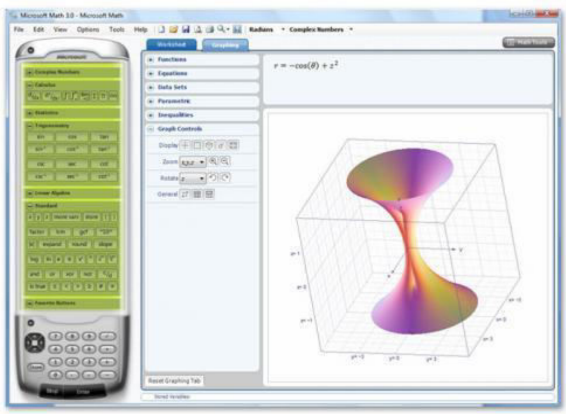
- Soft-urile pentru testarea cunoştinţelor pot fi create independent, sau pot face parte dintr-un sistem mai larg de instruire. De obicei, ele se prezintă sub forma testelor care pot fi completate pe computer, şi care vor fi evaluate imediat după terminarea lor.

Este important ca elevii şi, mai ales, cadrul didactic să sesizeze diferenţa dintre un soft educaţional, care, pe lângă o anumită cantitate de informaţii, înglobează şi anumite valenţe pedagogice şi un soft de prezentare care doar redă anumite cunoştinţe (de exemplu, sistemul *Help* ataşat programelor sau limbajelor de programare care poate fi uşor utilizat ce către cei care studiază informatica pentru a-şi însuşi anumite instrucţiuni, sau pentru a învăţa să utilizeze programele respective) sau un soft utilitar care realizează anumite activităţi.

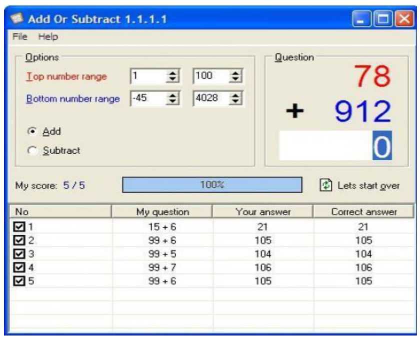
Microsoft Math 3.0

Microsoft Math oferă instrumente studenților, tutoriale și intrucțiuni, toate într-un singur loc, care îi ajută pe elevi să învețe instrucțiuni de concepere matematice, în timp ce vor rezolva mult mai rapid probleme de matematică și știință.

Elevii vor avea posibilitatea de a vedea cum se rezolvă o problemă pas cu pas. Microsoft Math functionează pe mai multe nivele, studiind subiecte de matematică de bază.



AddOrSubtract 1.1.1.1



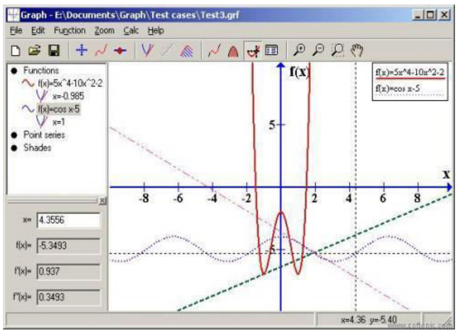
În lupta eternă de a preda matematica, profesorii și părinții au nevoie de fiecare truc pentru a-și, păstra copii interesați. AddOrSubtract este un program care va ajuta în luptă, plus ca aceasta aplicaţie este gratuită.

AddOrSubstract nu este nici un program complex, nu are nici un ajutor și nici opțiuni de configurare, software-ul fiind simplu de utilizat

Graph 4.3

Graph reprezintă o aplicație open source extrem de folositoare pentru desenarea de grafice pentru funcțiile matematice într-un sistem de coordonate. Oricine dorește să deseneze grafice va găsi acest program destul de util.

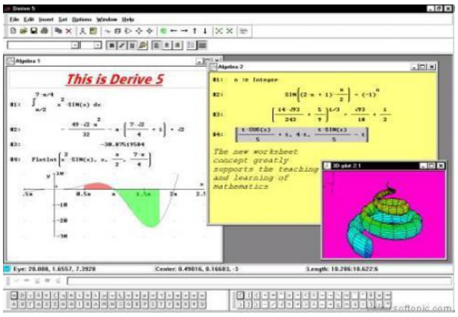
Programul face mai ușoară vizualizarea unei funcții și să o puteți muta în alt program. De asemenea, aveți posibilitatea să faceți unele calcule matematice cu privire la funcții.



Derive 6.1

Derive este un program destinat în principiu calculului simbolic, fiind foarte eficient și în aproximarea numerică sau în vizualizarea graficelor în două și trei dimensiuni. Este un instrument util tuturor celor care aplică metode matematice în diverse domenii (elevi, studenti, profesori, cercetători, ingineri, informaticieni, economiști).

Cititorul este condus de la o prezentare generala a programului până la probleme extrem de serioase, care necesită cunoștinte avansate de matematică. Cei mai perseverenți vor fi răsplatiți cu bucuria programarii in Derive și aprofundarea înțelegerii unor fenomene matematice.



Bibliografie

- https://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Mathematics
- https://microsoft-math.en.softonic.com/
- https://addorsubtract.soft112.com/
- https://graph.soft32.com/old-version/23906/4.3/
- https://derive.en.uptodown.com/windows

Menţiune

Triunghiul lui Pascal

Elev: Dumitru Maria
Profesor coordonator: Laiu Răzvan
Colegiul „Mihail Cantacuzino", oraș Sinaia

Triunghiul lui Pascal este un aranjament geometric al coeficienților binomiali, numit astfel în onoarea matematicianului francez Blaise Pascal (19 iunie 1623-19 august 1662) deoarece el a fost prima persoană care a descoperit importanţa tuturor modelelor din componenţa acestuia.

Acest triunghi a fost prima oară descoperit de matematicianul chinez Jia Xian undeva prin secolul al XI-lea.

Înălțimea și laturile triunghiului conțin cifra 1, iar fiecare număr de pe o linie n reprezintă suma celor 2 numere de pe linia superioară n-1.

1											
1	1										
1	2	1									
1	3	3	1								
1	4	6	4	1							
1	5	10	10	5	1						
1	6	15	20	15	6	1					
1	7	21	35	35	21	7	1				
1	8	28	56	70	56	28	8	1			
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1		
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	
1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1

Fiecare număr din componenţa acestui triunghi este de fapt, suma celor două numere de deasupra acestuia. Triunghiul începe cu numărul 1, acesta reprezentând prin convenţie rândul zero al triunghiului. Rândul 1 al triunghiului este obţinut prin adunarea numărului 0 din stânga şi din dreapta de deasupra acestuia. Toate numerele din afara triunghiului sunt întotdeauna zero, prin urmare rândul 2 va fi 0 + 1 = 1, 1 + 1 = 2 şi 1 + 0 = 1.

Când calculăm un număr din triunghiul lui Pascal folosim formula de recurență, dar trebuie să ne bazăm pe cunoașterea prealabilă a două numere de pe baza “precedentă”. Există însă o schemă de calcul care este independentă de cunoștințele prealabile și se numește “formula explicită a coeficienților binomiali” :

$$C_n^r = \frac{\mathbf{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}}{\mathbf{1 * 2 *..* r}}$$

Tratatul lui Pascal conține o formulă explicită, dar nu explică cum a descoperit-o, în schimb ne oferă o demonstrație cu totul remarcabilă a acestei formule. În demonstrație Pascal utilizează două leme. În prima lemă arată cum formula explicită este valabilă și pentru prima linie, iar în cea de-a doua lemă arată că dacă formula este valabilă și pentru o bază oarecare n, atunci ea este valabilă și pentru baza imediat urmatoare (n+1).

Pascal spunea :”Vedem deci că propoziția este, în mod necesar, valabilă pentru toate valorile lui n. Căci ea este valabilă pentru n=1, în virtutea primei leme, prin urmare ea este valabilă și pentru n=2 în virtutea lemei a doua, prin urmare ea este valabilă și pentru n=3, în virtutea lemei a treia și așa mai departe, ad infinitum”.

Bibliografie :

- Mateonline.net
- Manual de matematica clasa a X a
- Wikipedia
- Rasfoiesc.ro

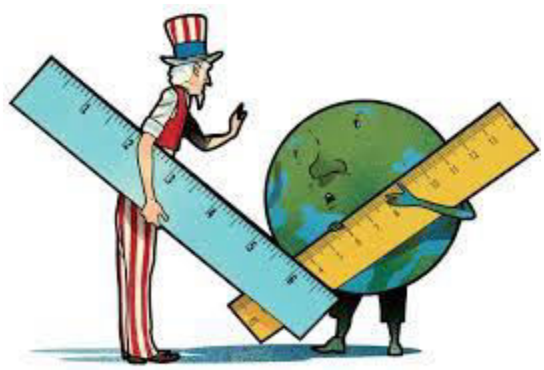
Sistemul Metric

Elev: Nuță Daria
Elev: Stoica Denisa
Profesor coordonator: Doinaru Mihaiela
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraș Sinaia

Ființele raționale privesc lumea și spațiul care le înconjoară în mod specific.

Ele recepteazǎ evenimentele în succesiunea lor, organizează și clasifică lucrurile și faptele, compară, analizează și identifică esențele.

În fiecare zi facem comparații. Prietenul meu este mai înalt decât mine, este mai greu, este mai mare,aleargă mai repede, are mai mulți bani sau mai puțini, vede mai bine sau mai puțin bine etc. Mergând pe stradă, folosim din plin comparația: circulația este mai intensă ori mai puțin intensă decât ieri în același loc, aerul are mai mult praf pe stradă decât în pădure.



Dar omul nu se mulțumește numai cu comparația! El vrea să știe răspunsul și la întrebarea imediat următoare : " Cu cât ?". Răspunsurile la aceste întrebări sunt mai grele și, pentru a le da, omul a avut nevoie de unitățile de măsură și de instrumente de măsură.Pentru fiecare din noțiunile : lungime, masă,timp etc., omul și-a definit o unitate de măsură de bază și apoi a construit etalonul care să redea cât mai exact acea unitate.

Sistemul metric este un sistem zecimal de măsurare convenit la nivel internațional. El s-a bazat la început pe *mètre des Archives* și *kilogramme des Archives* introduse de Prima Republică Franceză în 1799,dar de-a lungul anilor definițiile metrului și kilogramului au fost rafinate, și sistemul metric a fost extins pentru a încorpora multe alte unități.

Cu ce măsurau strămoșii?

1. Corpul omenesc

Pentru lungimi, unitățile de măsură s-au raportat în general la corpul omenesc: piciorul, palma și degetul. La măsurători rapide, omul folosea palma și drept submultiplu, degetul. Evident, gradul de aproximație era mare."Palma" se definea ca fiind distanța dintre vârful degetului mare și vârful degetului mic atunci când palma este deschisă și întinsă. "Degetul" era un submultiplu al palmei, cu egalitatea:

1 palmă= 12 degete.

Submultiplul degetului era "linia":

1 deget= 12 linii.

Înălțimea medie a unui om matur este de circa 8 palme. Pe această bază s-a definit ***stânjenul*** , un multiplu al palmei, care a devenit un fel de unitate fundamentală pentru lungimi:

1 stânjen=8 palme=96 degete=1152 linii.

2. Bobul de orz

Bobul de orz era folosit ca unitate de măsură pentru lungime de către anglo-saxoni, reprezentând ceea ce astăzi înseamnă 8,5 milimetri. Iar aceasta încă mai este folosită în Marea Britanie și chiar în SUA, când se masoară încălțămintea. Mai exact, lungimea unui bob de orz este diferența dintre numerele de la încălțăminte, adică un pantof de mărimea opt este mai mare cu 8,5 milimetri decât unul de mărimea șapte.

Inițial, mărimea maximă a fost stabilită la 33 de centimetri lungime, iar toate celelalte măsuri erau determinate prin scăderea lungimii unui bob de orz. Mărimea patru, spre exemplu, era cu noua lungimi de boabe de orz mai mică decât 33 de centimetri, adică avea circa 25 de centimetri. În prezent însă, mărimile au început să varieze puțin, de la o țară la alta.

3. Clipită

Cuvântul "clipită" este folosit deseori și în zilele noastre, însă, puțini știu că este chiar o unitate de măsură, egală cu 0,1 secunde. De asemenea, în unele zone este folosită expresia "cât își scutură mielul coada", tot ca o măsură a timpului, aceasta însemnând 10 nanosecunde,iar în ingineria nucleară acestea sunt utilizate și astăzi.

Totodată, datorită unui mit din Europa Medievală, potrivit căruia timpul ar trece mai repede pentru câini, și astăzi se mai folosește expresia "un an de câine", care înseamnă o șeptime dintr-un an standart,adică 52 de zile (7 ani de câine echivalează cu un an standard).

Ce a însemnat Sistemul Metric Zecimal în istoria României?

Pentru români,adoptarea S.M.Z era mai mult decât o necesitate tehnico-ştiinţifică.Aflate sub dominaţia Imperiului Otoman timp îndelungat,principatele dunărene Moldova şi Ţara Românească au fost supuse unei jefuiri sistematice şi dezvoltarea lor a fost întârziată sistematic.

Bătălia pentru adoptarea S.M.Z în principatele dunărene a durat 30 de ani.Este cea mai mare bătălie tehnico-ştiinţifică desfăşurată de români în perioada 1835-1864 şi ea a impulsionat dezvoltarea ţării.În această bătălie trebuie să-l vedem în frunte,ca pe un port-drapel,pe Petrache Poenaru,fostul secretar al lui Tudor Vladimirescu.

Adoptarea în practică a S.M.Z,stabilirea echivalenţilor şi pregătirea cadrelor a făcut ca legea din 1864 să consfinţească o situaţie de fapt şi toată această activitate a avut caracter revoluţionar.

Indiferent de domeniul în care se desfăşoară,o revoluţie îşi realizează mesajul;ea a permis României să folosească din plin cuceririle primei revoluţii tehnico-ştiinţifice.

Bibliografie

- Bătălia pentru Sistemul Metric-Nicolae P.Leonăchescu(1986)
- https://ro.wikipedia.org/wiki/Sistemul_metric
- http://www.ziare.com/magazin/inedit/unitati-de-masura-vechi-putin-cunoscute-1155059
- https://istoriiregasite.wordpress.com/2010/05/12/inventii-in-istorie-greutati-si-lungimi/

Semnificaţiile cifrelor de la 0 la 9 în anumite domenii

Elev: Brînzea Ana-Maria
Profesor coordonator: Doinaru Mihaiela
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraș Sinaia

Încă din Antichitate, cifrelor li s-au atribuit anumite semnificații, acestea fiind valabile şi în prezent.

Cifra 0 - În matematică, înseamnă primordial, iar din punct de vedere ştiinţific, absența unei cantități. Astfel, cifra zero îl reprezită pe Dumnezeu, El făcând ca totul să fie posibil.

Cifra 1 - Reprezintă o singură entitate. Această cifră este guvernată de Soare, temelia Universului, în jurul căruia se învârte lumea. De asemenea, constituie numărul Divinității, iar ca sursă, „suport şi scop unic al întregii creaţii “. În chimie, 1 este numărul atomic al hidrogenului, cel mai răspândit element din univers, constituient al apei, element vital vieții.

Cifra 2 - Această cifră este sinonimă cu noțiunea de „diferență”. În religie, înseamnă conflict, opoziție, dezbinare, deoarece în cea de-a doua zi a creației, Dumnezeu a despărțit apele. De asemenea, cifra doi reprezintă cuplul, perechea, feminitatea inocentă, fragilul şi nevoia de protecţie.

Cifra 3 - În literatură, simbolizează cifra magică, mai ales în basmele populare româneşti. Sfânta Treime este caracterizată de această cifră: Tatăl, Fiul şi Sfântul Duh. Totodată, Pitagora defineşte cifra trei ca semn al echilibrului perfect şi al stabilității.

Cifra 4 - În religia budistă, cifra patru reprezintă Patru Nobile Adevăruri, dar totodată trimite şi la cele patru elemente ale naturii: foc, apă, aer şi pământ. Chinezii, vietnamezii, coreenii şi japonezii consideră această cifră ca fiind un omonim pentru moarte. În astronomie, există patru planete terestre: Mercur, Venus, Pământ, Marte, dar şi patru planete gigant: Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun. Totodată, inima mamiferelor are patru camere și există patru stări de agregare: solid, lichid, gazos și plasmă. În geografie, reprezintă cele patru puncte cardinale: vest, est, sud, nord , dar și cele patru anotimpuri.

Cifra 5 - În știință, cifra cinci reprezintă numărul degetelor amfibienilor, reptilelor şi mamiferelor, dar este și cea mai mică masă atomică pentru care nu există izotopi stabili pentru niciun element. De asemenea, cinci este un număr autopomorfic, adică este o cifră al cărei pătrat perfect se termină cu același număr ca rădăcina. Cifra cinci trimite și la cele cinci simțuri, cele cinci diacritice din limba română, dar și la cele cinci gusturi de bază: dulce, sărat, acru, amar, umami (gustul savorii).

Cifra 6 - Aceasta reprezintă cifra imperfecțiunii, a lucrurilor neîncheiate. El este desăvârşirea potențială, lucru pe care îl exprimă simbolul grafic a şase triunghiuri înscrise în cerc. Fiecare latură a unui triunghi este egală cu raza cercului, iar şase este aproape egal cu raportul dintre circumferința cercului şi raza lui (2 π). Lumea a fost creată în şase zile.

Cifra 7 - Cifra şapte este cifra perfecțiunii divine, fiind unul dintre cifrele magice în literatură . De altfel, este considerată semnul lunii complete, al creației încheiate, al creşterii naturii. Din punct de vedere matematic, şapte nu poate fi dedus nici ca produs, nici ca factor al cifrelor de la unu la zece. Deci, şapte nu se obține nici din împărțirea, nici din înmulțirea primelor zece numere. Este, după cum spuneau antecesorii noştri, „dumnezeiesc" - nu creează, nici nu poate fi creat. Cifra şapte se regăseşte şi de-a lungul istoriei, cum ar fi „Cele 7 minuni ale lumii antice". De asemenea, curcubeul are şapte culori şi există 7 perioade ale elementelor în tabelul chimic al lui Mendeleev.

Cifra 8 - În sistemul nostru solar, opt dintre corpurile care orbitează în jurul Soarelui sunt considerate a fi planete. De asemenea, opt reprezintă numărul atomic al oxigenului, unul dintre elementele vitale vieții. În jocul de şah, sunt 8 linii şi 8 coloane, iar în tehnologie 8 biți fac un bait. Această cifră este semn al puterii, al capacitații executive, al puterii materiale şi al managementului.

Cifra 9 - Este cifra sfârşitului sau al împlinirii şi desemnează perfecțiunea. Dacă fiecare lume este reprezentată de un triunghi (cerul, pământul, infernul), 9 semnifică totalitatea celor trei lumi. Cifra 9, fiind numărul de finalizare şi aflându-se la sfârşitul cifrelor de destin , el simbolizează principiile conducerii.

Bibliografie

- www.hartanumerologica.ro
- www.wikipedia.org
- www.armonianaturii.ro
- www.ducu.de

Prezenţa matematicii în lumea vie

Elev: Henţa Daria
Profesor coordonator: Drăcea Mihaela
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraș Sinaia

Deşi matematica nu pare să aibă legături directe cu lumea înconjurătoare, aceasta chiar reprezintă punctul comun dintre toate domeniile ştiinţifice, procesele ce se desfaşoară în natură având deja descrieri matematice, iar teoriile fizice fiind exemple unde matematica este esenţială. Matematica, fiind legatura dintre stiinţe, apare chiar şi în biologie pentru a descrie forma organismelor vii, dar şi dinamica unor celule prin modele matematice.

Matematica şi-a făcut prezenţa la început prin descrierea modului cum evaluează raportul cantitativ între speciile de prădători şi prada vânată în diferite ecosisteme, dar a pătruns și mai mult în biologie ajungând să fie folosită pentru a descri e forma celulelor, multiplicarea celulară şi procesele dinamicii celulare. Matematica folosită în biologie reprezintă nişte construcţii exprimate prin mai multe variabile şi regulile care sunt aplicate valorilor variabilelor. Aceste modele pot fi particularizate după caz şi poate anticipa starea organismului.

Cercetătorii au reuşit să formeze o modalitate matematică de a distinge celulele bolnave de cele săntoase. Metoda matematică poate identifica diferite anomalii, inclusiv celulele canceroase şi se poate utiliza pentru aflarea gradului de agresivitate a bolii. Cercetătorii prezintă înregistrări a mai multor stadii de dezvoltare a celulelor prin intermediul unui software şi aşa se alcătuieşte un profil al celulelor sănătoase şi unul al celor bolnave. Acest model matematic poate ajuta pe viitor la găsirea unui tratament pentru fiecare pacient in parte şi poate îmbunătăţii tratamentele pentru cancer şi felul în care doctorii tratează boala.

Un alt exemplu al legăturii dintre ştiinţe este studiul făcut de un cercetător de la Harvard care a convertit printr-un program informatic structura proteinelor şi expresiile genetice in sunete muzicale. Analizând structura cancerului la colon a comprimat proteinele prin legături între ele şi gene și a obţinut patru reţele principale cărora le-a asociat note muzicale. Astfel s-a format o linie melodică care corespundea unor celule sănătoase și alta care corespundea celulelor bolnave, iar ca rezultat s-a observat că celulele sănătoase aveau o linie melodica armonioasă, iar celor bolnave le corespundeau sunete dizarmonice. Această descoperire reprezinta o alta modalitate de a identifica, sonor de această dată, celulele canceroase. Gil Alterovitz, geneticianul care a descoperit această muzicalitate a organismelor umane, prezintă corpul uman ca o armonie, iar atunci când apar dezacorduri se detectează o boală cu mult mai înainte ca aceasta să se manifeste fizic, motiv pentru care metoda sa este una revoluţionară. Geneticianul a făcut, deasemenea, asemănarea corpului uman cu un mecanism al unei maşini, dacă un sistem nu funcţionează cum trebuie și celelalte încep să fie utilizate mai intens ceea ce duce la sfârşitul organismului.

Legătura dintre matematică şi biologie deschide un orizont larg, noi uşi spre o lume pe care nu o cunoaştem, ce prezintă frumuseţea lumii vii și ce impresionează prin felul în care se completează una pe cealaltă.

Matematica în Contabilitate

Elev: Berbec Alin
Elev: Ganea Izabela
Profesor coordonator: Doinaru Mihaiela
Colegiul „Mihail Cantacuzino", oraș Sinaia

Vârsta de maturitate a oricărei ştiinţe este marcată de dezbateri epistemologice. Această lucrare se concentrează asupra controversei legate de utilizarea matematicii în economie. Rolul limbajului, instrumentele utilizate şi adecvarea metodei sunt discutate în cadrul frontierelor stabilite prin abordări de tip empiric, respectiv raţionale. O odisee prin intermediul şcolilor de gândire dezvăluie opoziţii creative, pornind de la ipotezele neoclasice naive până la rafinata praxeologie şi insolitul abordării bioeconomice. Dezbaterea principală se îndepărtează apoi de la necesitatea matematicii în economie şi se concentrează mai mult pe gradul în care această ştiinţă abstractă ar trebui să se infiltreze în domeniul extrem de empiric al ştiinţelor sociale şi în special în economie. Lucrarea cuprinde şi opinii privind intruziunea unei alte discipline în economie, şi anume informatica, alături de consecinţele asociate, în special în legătură cu eventualele dezechilibre care se pot produce. În concluzie, economia este un creuzet de alte domenii şi necesită măiestrie şi erudiţie.

Ştiinţa economică trebuie redescoperită, reconsiderată din perspectivă interdisciplinară şi abordată cu instrumentele unui Homo Universalis de inspiraţie renascentistă, deoarece, în realitate, aceasta înglobează simultan politică, matematică, fiziologie, drept, filozofie, artă, religie. În dezbaterea asupra rolului jucat de matematică în ştiinţa economică s-au angajat figuri ilustre, reprezentând ambele tabere, atât economişti, cât şi matematicieni, cu opinii variind de la puritanism acerb la fuziune insolită. Partizanii utilizării matematicii în economie sunt reprezentaţi în special de neoclasici, dintre care evidenţiem pe pionierul acestei practici, Auguste Cournot (1801-1877), care, în 1838, cu ajutorul unor instrumente matematice simpliste, deschidea un nou drum pentru întelegerea economiei.

Relaţia matematică-economie ţine de domeniul epistemologiei ambelor ştiinte însă aceasta nu trebuie privită ca un antagonism, ci ca un schimb permanent de informaţii, de metode, de rezultate. Din dorinţa de a da un sens relaţiei dintre cele două domenii, vom începe prin a surprinde opinii despre caracteristicile fundamentale ale celor două ştiinte, raţionalismul, respectiv empirismul, cu scopul de a infirma concepţia comună conform căreia fiecare dintre aceastea este o caracteristică proprie doar a uneia dintre ştiinţele în discuţie. Pentru a vorbi despre empirism în matematică este util să invocăm rădăcinile istorice ale acestei ştiinţe şi să constatăm că matematica s-a născut din necesități practice, ca rod al unor experienţe palpabile.

Mai mult, teoriile abstracte, cum ar fi calculul diferenţial şi cel infinitesimal, îşi au originea în probleme practice, de natură fizică, deci în experiment. Chiar definirea şi didactica unor noţiuni fudamentale pentru această ştiinţă, cum ar fi cea de integrală rimaniană, se nasc din aproximări. Totuşi, mulţi matematicieni manifestă o reală aversiune faţă de ideea că matematica face parte din rândul ştiinţelor empirice, argumentând că o astfel de încadrare ar duce la înjosirea statutului ştiinţific al acesteia, ar contrazice perfecţiunea sistemelor axiomatice pe care este fundamentată. Probabil o astfel de judecată de valoare a fost punctul de plecare al raţionamentului care a denigrat ştiinţa economică, care este prin excelenţă una empirică, a experiementului la dimensiuni macro, a realităţii observate. Menţionăm în acest context opinia lui von Neumann exprimată în lucrarea „Matematicianul” (Neumann, 2004) conform căreia criteriul de success al unei teorii matematice are şi o componentă estetică, de „frumuseţe ” şi „eleganţă” a formulei finale care de cele mai multe ori lipseşte abordării empirice.

Rămâne de remarcat ideea că sistemele axiomatice şi logico-deductive specifice matematicii reprezintă o vârstă a maturităţii acestei ştiinţe, o încununare a progreselor ei, în timp ce partea ei vie, care naşte noi teorii, se află pe tărâmul empirismului, în aşteptarea unei distilări ulterioare spre abstract pur. În contextul ideilor denigratoare merită menţionat statutul raţionalismului în economie. Concretizat prin apariţia lui homo oeconomicus, concept de inspiraţie neoclasică (Walras, Pareto), raţionalismul în ştiința economică a fost privit cu entuziasm de urmaşii lui Ricardo şi cu reţinere de către reprezentanţii Şcolii Austriece (Mises, Hayek). Intruziunea matematicii s-a manifestat prin apariţia a varii modele construite pe ipoteze simplificatoare până la pierderea esenţei. În dorinţa de a introduce sisteme axiomatice ale economiei asemănătoare celor matematice au fost gândite aproape forţat caracterizări ale pieţei economice ca echilibre (generale, dinamice etc.), caracterizări ale consumatorului şi producătorului prin Matematică în economie. Între necesitate şi suficienţă 119 119 preferinţe exprimate ca inegalităţi, evoluţii ale stării generale ale economiei unei ţări ca relaţii funcţionale.

Experimentul anterior are rolul de a demonstra necesitatea matematicii în ştiinţa economică. La fel cum fizica, chimia, biologia au ştiut să utilizeze timp de secole instrumente matematice fără a se teme de comparaţia cu această „regină a ştinţelor”, la fel, economia poate profita de favorurile oferite de matematică în propriul perimetru, fără a simţi că această intruziune are rol denigrator, dar şi fără a spera la o acoperire cu ecuaţii a lipsurilor de substanţă. Matematica utilizată corect în economie este un instrument de gândire, este un mijoc de a ajunge mai rapid la scopul propus, fără ca utilizarea obligatorie a aceasteia să reprezinte, în sine, un scop al ştiinţei economice. Este necesară până la punctul în care îşi aduce serviciile sale gânditorului, care, în mod obligatoriu, dacă alege această armă din arsenalul său de posibilităţi, trebuie să fie un maestru în mânuirea ipotezelor, formulelor şi, mai ales, în interpretarea coerentă a datelor obţinute. Altfel, este preferabil ca acesta să asiste doar la jocul captivant al altora pe tărâmul simbolurilor pentru a se feri pe sine şi cititorii săi de falsitate şi ridicol.

Bibliografie:

- http://store.ectap.ro/articole/907_ro.pdf

Paradoxala Cifră Zero

Elev: **Tofan Alexandra**
Doinaru Profesor coordonator: Doinaru Mihaiela
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraș Sinaia

Din cele mai vechi timpuri, lumea a încercat să creeze sisteme de echilibru, să demonstreze că există o balanță cosmică, egalată în special pentru ei.

Au început să descopere lucruri, concepte noi care să faciliteze viața și să dezvolte cultura. Totul a început de la descoperirea numerelor. Egiptenii au fost primii care și-au creat un sistem de numărare. Totuși, cifra 0 a apărut acum circa 4500 ani în Orient, în Semiluna Fertilă a Irakului de azi. A durat extrem de mult timp până au început să folosească, să descopere cifra 0 ca o unitate de sine stătătoare, nu doar în combinații precum 10,20,100 ș.a.m.d.

Un bun exemplu este vasul American *Yorktown*. Zero l-a lovit ca o torpilă. Pe 21 septembrie 1997, cuirasatul în valoare de 1 miliard de dolari s-a zguduit din toate puterile și nu s-a mai putut mișca. A fost o mare greșeală a oamenilor să creadă că, doar pentru că era blindat, vasul era sigur și puternic. Computerele de la bord tocmai fuseseră dotate cu un nou program de comandă a motoarelor. Din păcate, nimeni nu a sesizat bomba cu ceas care s-a strecurat în cod: un zero pe care inginerii ar fi trebuit sa îl elimine în timpul instalării programului. Dar, dintr-un motiv sau altul, a fost trecut cu vederea. Asta până când programul l-a notat în memorie – și s-a blocat. Când sistemul a încercat să împartă la 0, cei 80000 de cai putere ai vasului au devenit imediat neputinciosi. Au avut nevoie de 3 ore pentru a face trecerea pe comenzile de urgență ale navei, ajungând, cu chiu, cu vai, în cele din urmă, in port. Inginerilor le-a luat 2 zile să șteargă acel 0 din cod.

Niciun alt număr nu a atacat atât de tare societatea. Și cu toate acestea, de-a lungul întregii sale istorii, în ciuda respingerii și exilului, zero i-a înfrânt întotdeauna pe cei care i s-au opus. Omenirea nu a reușit niciodată să îl oblige pe zero să se integreze în filozofiile ei. În schimb, zero a modelat viziunea omenirii asupra universului – și asupra Lui Dumnezeu.

“În istoria culturii, descoperirea lui zero va rămâne pentru toteauna una dintre cele mai mari realizări ale rasei umane.”- Tobias Danzig, *Number: The language of science*

De fapt, grecii au înțeles mult mai bine matematica decât giptenii , stăpânind arta egipteana a geometriei, fiind centrul numerologiei si matematicii de azi.

Este de observat că valoarea unei cifre este dată de locul pe care îl ocupă în șirul numerelor naturale de la 1 la 10-de poziția ei în comparație cu alte cifre. De exemplu, cifra 2 vine înainte de 3 și după 1; în nicio altă parte nu are sens. Dar 0 nu a avut inițial niciun loc în acest şir. Nu era decât un simbol; nu avea un loc în ierarhia numerelor. Chiar și astăzi, îl tratăm uneori ca pe un non-numar. Deși știm cu toții că are o valoare numerică proprie, utilizăm digitul 0 pe post de semn de substituție, fără a face conexiunea dintre el și *numărul* zero. Să ne uităm numai la un telefon sau la orice tastatură: 0 vine după 9, nu înainte de 1, unde îi este locul. Nu este important unde se află semnul de substituție 0, poate fi oriunde în secvența de cifre. Dar astăzi toată lumea știe că zero nu poate sta oriunde, deoarece are o valoare numerică proprie, bine definită. Este cifra care separă numerele negative de cele pozitive, simbolul său fiind un infinit "descurcat". Este un număr par și este numărul care îl precede pe unu. 0 trebuie să stea în locul cuvenit în șirul de numere, înainte de 1 si după -1. Nicăieri în altă parte nu are logică. Însă zero stă la sfârșitul tastaturii și în partea de jos a telefonului deoarece întotdeauna începem să numărăm pornind cu unu.

Unu pare să aibă poziția perfectă pentru a începe numărătoarea, dar astfel suntem obligați să îl punem pe zero acolo unde nu îi este locul. Mai toate calendarele lumii încep cu 1. Pentru alte culturi, cum ar fi cea a mayașilor din Mexic și din America Centrală, începerea cu unu nu părea logică.

De fapt, mayașii aveau un sistem numeric – și un calendar – mai bine gândite decât ale noastre. La fel ca egiptenii, și ei aveau un calendar solar extraordinar. Deoarece sistemul lor de numerație era în baza 20, ei își împărțeau anul în 18 luni a câte 20 de zile fiecare, însumând 360 de zile. O perioadă specială de cinci zile la sfârșit, numită Uayeb, aducea numărătoarea la 365. Spre deosebire de egipteni, mayașii aveau zero în sistemul lor numeric, așadar au făcut un lucru evident: să înceapă să numere zilele de la 0. De exemplu, prima zi din luna Zip era "instalarea" sau Zip. A doua era 1 Zip, dupa 2 Zip și tot așa până la 19 Zip. Din păcate, noi nu vom știi niciodată care a fost primul an al secolului XXI, 2000 sau 2001, din cauza faptului că suntem obligați să urmăm un calendar roman, eronat, fără zero.

Zero reprezintă și numărul genezei: la început nu era nimic. Nimic, dar totuși există o energie suficient de puternică să creeze, să delimiteze lumina de întuneric, negativ de pozitiv, ca zero. Din cauza temei primordiale de haos, oamenii s-au temut de zero, de neant. Acesta a fost comparat atât cu Divinitatea, cât și cu Diavolul. Pentru antici, proprietățile matematice ale lui zero nu aveau explicație, ajungând un mister, la fel ca povestea nașterii Universului. Zero nu a fost lăsăt niciodată să fie un număr singur, deoarece se credea că nu știe să se comporte, cel puțin nu la fel ca celelalte numere. Zero era și încă este periculos. Adunate, numerele se modifică. Unu cu unu nu vor face niciodată 1. Dar zero cu zero vor da mereu zero. Înmulțirea cu el face ca totul să dispară, sa devină nul, iar împărțirea rămâne un mister și în ziua de azi. Principiile matematicienilor s-au rupt. Întregul șir numeric a fost distrus de…zero.

Rău e răul, dar mai rău e fără rău. Putem spune că oamenii chiar și-au creat o balanță cosmică, dar nu au știut niciodată unde să pună cifra 0, deoarece nu și-au dat seama că el reprezintă chiar pivotul balanței.

Să luăm exemplul barierei între numere negative și pozitive: zero le delimitează. Binele și răul. Toate au o barieră. Dacă zero ar dispărea, toate cifrele s-ar anula: 1 cu -1, 2 cu -2, etc. Ajungem tot la zero, la neant, la starea de haos primordial și la Divinitate. Să presupunem că, printr-o minune, cifrele, cele două forțe morale, nu se anulează. Binele se Amestecă cu Răul. Haos. Război. Când bariera este îndepartată, haosul se instalează. Când o stea moare, produce o energie atât de puternică, încât se transformă într-o gaură neagră. Cine ar fi crezut că un obiect ce emană atât de multă căldură ar putea vreodată să ajungă să o consume? La fel este și în cazul lui zero. Îl distrugem, ne va distruge.

“Oricum, chiar dacă descoperim o teorie completă, ea ar trebui, cu timpul, să fie înțeleasă măcar în mare de toată lumea, nu doar de câțiva oameni de știință. Atunci am putea participa cu toții – filozofi, cercetători și oameni de rând, la discuția referitoare la motivul existenței noastre și a universului. Găsirea răspunsului acestei întrebări ar reprezenta triumful absolut al rațiunii umane, deoarece am afla ce este în mintea Lui Dumnezeu.”- Stephen Hawking

Bibliografie

- Charles Seife- “Zero, Biografia unei Idei periculoase”

Alfabetul cifrelor

Elev: Mocanu Andreea
Elev: Goran Lavinia Gabriela
Profesor coordonator: Doinaru Mihaiela
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraș Sinaia

Începând cu primele civilizații, oamenii au folosit cerul pentru a măsura timpul, pentru a-și orienta orașele sau chiar pentru a putea prezice viitorul . Astronomia este o știința complexă care se ocupă cu observarea poziției și mișcării corpurilor cerești, dar decât să scriem pagini întregi cu nume, date ,locuri și evenimente , mai bine ne bucurăm de simplitatea unui cer înstelat , într-o noapte frumoasă , fară a încerca să-i deslușim logica si misterele, căci fericirea vine din lucruri simple .

Oare aparențele chiar înșeală?

Știm că alfabetul are 31 de litere, deci dacă sunt numerotate, înseamnă că au o legatură matematică. Fiecare popor își are propriul alfabet, cu propria numerotare, astfel putem spune că matematica are rădăcini în literatură. Dacă am putea înlocui fiecare literă cu numărul corespunzător , marii scriitori ar fi înecați în cifre, iar cartografii ar deveni mari matematicieni , fiecare dintre noi am avea atribuit un număr care nu ne-ar defini ca persoană.

Numerele servesc în aparență numai la socotit, însă în vechime acestea nu exprimau numai cantități ci și forțe. În antichitate se dezvoltase o adevărată știință a numerelor care depășește simpla înțelegere, de aceea, Platon le considera treapta cea mai înaltă a cunoașterii.

Alfabetul a apărut ca o necesitate de ordin comercial , cultural și politic și inventarea lui a construit un pas important in evoluția scrierii.

De-a lungul istoriei, popoarele au inventat diferte semne cu ajutorul cărora notau fapte, întâmplări, idei. Alfabetul este urmarea firească a unei îndelungate evoluții, cel fenician având meritul de a fi dat naștere tuturor scrierilor alfabetice în general.

Ambele sunt roade ale creației libere, în care ideea de ordine este fundamentală. Ambele presupun un anumit stil, în care concizia este caraceristica principală, un spirit constructiv, creator, în viziunea căruia atât matematica cât și literatura iau în considerație, în locul unei sigure lumi, cea prezentă, toate lumile posibile.

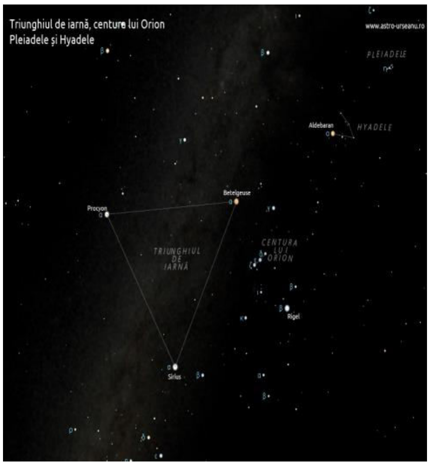
A	Ă	Â	B	C	D	E	F	G
H	I	Î	J	K	L	M	N	O
P	Q	R	S	Ș	T	Ț	U	V
W	X	Y	Z					
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Cum să calculezi în stele?

Încă de la început, astronomia a fost de nedespărțit de matematică, prin combinarea acestora se remarcă rezultate deosebite . Astfel prin descoperirile lui Thales și Pitagora, în domeniul geometriei au ajutat la determinarea formei sferice a Pământului.

Trigonometria sferică are o importanță foarte mare în calculele astronomice, la determinarea coordonatelor copurilor cerești, precum și navigația orbitală în spațiu.

De-a lungul timpului, matematica a dat raspuns nenumăratelor probleme ridicate de studiul Universului. În ultima perioadă, matematica a devenit răspunsul la problemele astronomiei , a devenit știința care „creează" astronomie , care modelează perspective și ipoteze și care ridică întrebări la care aceasta știință trebuie să răspundă.



Mulți ar spune că așezarea acestor corpuri este întâmplătoare, și au dreptate, simpla coincidență de așezare le-a atribuit acestora diferite nume complicate, bineînțeles unele chiar matematice sau alfabetice , de exemplu: Pătratul din Pegasus, Cercul din Pieces, Triunghiul de vară, Triunghiul de iarnă, Compasul, litera V din constelația Taurus, litera W din constelația Cassiopeea, 3 stele in linie din Centra lui Orion , Triunghiul echilateral din stelele Sirius, Procyon și Betelgeuse, Inelul lui Pieces și mult mai multe .

Printre mii și mii de stele
Forme mari și teoreme
Noi conexiuni create
Sunt cu litere sudate .

Bibliografie:

- www.descopera.org
- www.profs.info.uaic.ro
- www.wikipedia.ro

  Creație proprie
- www.soncab.wordpress.com

Rolul matematicii în ski- sport de iarnă

Elev: Petcu Andrei
Elev: Vișan Vlad
Profesor coordonator: Doinaru Mihaiela
Colegiul „Mihail Cantacuzino", oraș Sinaia

Schiul alpin este un sport de iarnă care constă în coborârea unor pante pe zăpadă. Schiatul a evoluat de la schiul fond, datorită dezvoltării infrastructurii echipamentelor de transport a oamenilor (teleferice) în stațiunile de munte. Cu ajutorul acestora, schiorii erau duși până în vârful celor mai înalte pante, astfel încât bucuria coborârii pantelor lungi, care altădată erau prea greu de urcat, se putea face de mai multe ori.

Principala preocupare tehnică a schiorilor este cum să își mențină schiurile paralele, direcția de mers și viteză. Pentru un începător să întoarcă sau să oprească schiurile se folosește procedeul numit tehnic „plugul", dar schiorii mai avansați folosesc alte metode mai avansate, rapide și mai elegante cum ar fi „cristianele". Pentru a face o cristiană, schiorul trebuie să își rotească genunchii dar în același timp să își mențină corpul într-o poziție în care fața să fie înainte către vale, astfel încât numai genunchii și picioarele să se rotească. Această metodă este mult mai rapidă și se folosește la concursurile de coborâre.

Acest sport este popular oriunde ninge sau există zăpadă combinată cu pante ale munților.

Frecarea este concretizată în calculele teoretice fizice prin forța de frecare care este direct proporțională cu forța normală pe suprafața de contact și este independentă de mărimea acesteia. Natură suprafeței de contact întră în calculul forței de frecare prin factorul numit coeficient de frecare. În cazul mișcării unui corp față de altul, forța de frecare are sens opus mișcării, ea frânând corpul (sau corpurile), cu tendința de a diminua viteză lui (respectiv vitezele lor).

Forță de frecare are formulă fizică dată de matematică : F=cf*N , unde cf este coeficientul de frecare , iar N este forță normală.

Schiul se practică cel mai bine iarna sau în locuri special amenajate, deoarece coeficientul de frecare trebuie să fie foarte mic pentru a putea permite schiurilor să alunece pe suprafață respectivă. De exemplu coeficientul de frecare al schiului pe zăpadă este de 0,038, iar pe asfalt este de 0.5.

Din cauza coeficientului mare de frecare al asfaltului pe lângă cel al zăpezii schiul este încadrat că fiind un sport de iarnă, deoarece nu se poate practică în alt loc , decât pe munte sau părții artificiale special amenajate.

Pe lângă forță de frecare, mai intervine și Gravitația în ajutorul sportivilor deoarece pârtiile se prezintă că fiind o pantă cu zăpadă.

Gravitația are formulă: G=m*acc , unde m este masă corpului respectiv , iar acc este accelerația gravitațională , care pe teritoriul României este de aproximativ 9,81 metri/$secunda^2$

Schiul se practică doar pe pârții din cauza faptului că pe un loc plat este foarte greu să dai doar din bețe pentru a-ți crește viteză de deplasare, iar în pantă fiind foarte ușor acest lucru, deoarece suntem atrași de pământ la vale.

Bibliografie:

- https://ro.wikipedia.org/wiki/Frecare
- https://ro.wikipedia.org/wiki/Schi_alpin
- https://brainly.ro/tema/1858227

Simbolul Infinit

Elev: Istrate Andrei
Profesor coordonator: Laiu Răzvan
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraș Sinaia

Simbolul infinit (din limba latină „infinitas” notat cu ∞), se referă la mai multe concepte diferite, în mod frecvent legate de ideea de „fără sfârșit”, „nemărginit”, „mai mare decât cel mai mare lucru la care te poți gândi”.

În matematică, simbolul infinit este folosit frecvent sub formă de număr (ca de exemplu, el numără sau măsoară lucruri). Infinitul estre relevant în legătură cu limite matematice, paradoxul lui Russell, numere hiperreale, etc.

În analiza matematică, simbolul infinit exprimă o valoare inconsumabilă. Chiar dacă un număr complex NU poate avea semn, există valoarea infinit, înseamnă că modulul lui x crește spre $+\infty$ ca număr real. Planul complex extins cu „punctul de la infinit” , se poate proiecta pe sfera Riemann.

David Hillbert și-a imaginat un hotel imaginar pentru a putea demonstra existența matematicii infinitului. Să presupumem că hotelul are un număr infinit de camere pline. Un turist care sosește la hotel, dorește o cameră. Proprietarul stă puțin pe ganduri, apoi cere rezidenților să se mute în camera alăturată celei care stăteau. Acest lucru arată faptul că persoana de la camera cu numărul 1, se mută în camera cu numărul 2. Cea din camera 2 se mută în camera 3 și așa mai departe, astfel o cameră rămâne liberă pentru următorul turist. O zi mai târziu, sosește un autocar cu un număr infinit de turiști. Recepționerul se gândește intens, găsind o nouă soluție: dublarea numărului camerei și cerând turiștilor să se mute în camera cu noul număr. Toți clienții deja cazați ajung în camere cu număr par, lăsând în urma lor un număr infinit de camere libere cu număr impar.

Infinitul există și în artă. Coloana infinitului este sculptura celebrului artist român Constantin Brâncuși. Aceasta a fost inaugurată la data de 27 octombrie 1938, coloana având impresionanta înălțime de 29,35m , fiind compusă din 16 module poliedrice cu 8 suprafețe. Aceasta face parte din trilogia Ansamblului Monumental din Târgu Jiu.
De asemenea, poetul Mihai Eminescu, a deschis subiectul despre infinit:

- ✓ „În aceste atome de spațiu și timp, cât infinit!” (Sărmanul Dionis)
- ✓ „Dar îl veți numi Absolut, dar îl veți numi Infinit, deci Unul-Unul rămâne pururea.”

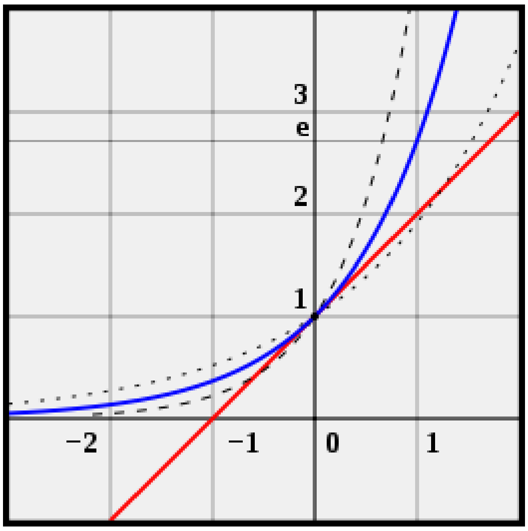
În teologie, simbolul infinit apare în diferite concepte precum Dumnezeu: Noi trăim în materie și spațiu, și noi suntem creați. Dumnezeu nu este materie, și nici nu trăiește în ea. El nu există în spațiu și timp, El fiind atemporal. Și El nu este creat, El este Creatorul, nu creatura. Dumnezeu a existat înainte de a fi existat orice creatură.

Obținerea de limite din limita ce definește numărul „e”

Elev: Axente Maria-Roberta
Elev: Mușea Rareș-Gabriel
Profesor coordonator: Laiu Răzvan
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, oraș Sinaia

CE ESTE NUMĂRUL „e” ȘI CUM SE DEFINEȘTE ACESTA?

- Numărul „e”,numit și numărul lui Euler,după matematicianul elvețian Leonhard Euler are câteva proprietăți unice. În aplicațiile practice ale logaritmilor și exponențialelor, se folosește preponderent baza e, deoarece prezintă proprietăți care simplifică utilizarea.
- Deoarece „e” este un număr transcendent, deci irațional, valoarea sa nu poate fi dată cu un număr finit de zecimale (nici măcar cu perioadă). O valoare aproximativă, cu 20 de zecimale exacte, este e≈2,71828 18284 59045 23536.



Graficul funcției f(x)=e^x.

Numărului „e” i s-a atribuit următoarea expresie:

$$e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

- ✓ ***DESPRE CAZUL** 1^∞*

Cazul 1^∞ este un caz de nedeterminare specific atât limitelor de șiruri, cât si de funcții. În acest caz, se folosesc limitele $\lim_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$ = e. Dacă u(x)→0 și u(x)∈(-1,0)∪(0,+∞),atunci:

$$(1+u(x))^{\frac{1}{u(x)}}\to e$$

- ➢ ***EXERCIȚII REZOLVATE:***

Fie limita: $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2-1}{2n^2+2}\right)^{n+5}$. Pentru calculul acesteia, propunem două modalități de rezolvare:

- *METODA 1:* Pentru înlăturarea cazului de nedeterminare 1^{∞},am desfășurat limita,in felul următor și am obținut:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2-1}{2n^2+2}\right)^{n+5} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2n^2-1}{2n^2+2}-1\right)^{n+5} = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{3}{2n^2+2}\right)^{n+5}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left[\left(1-\frac{3}{2n^2+2}\right)^{-\frac{2n^2+2}{3}}\right]^{\frac{-3(n+5)}{2n^2+2}} = e^{0} = 1.$$

- *METODA II:* Pentru înlăturarea cazului de nedeterminare 1^{∞}, am utilizat următoarea formulă, care este foarte eficientă deoarece doar prin simpla înlocuire putem determina limita unui șir de forma celui de mai sus, fără a mai fi nevoiți să desfășurăm.
- *Formula:*

$$\lim_{n\to\infty} x_n^{\,y_n} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}(x_n-1)\cdot y_n}$$

În cazul nostru: $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2-1}{2n^2+2}\right)^{n+5} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2-1}{2n^2+2}-1\right)\cdot(n+5)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{-3}{2n^2+2}\right)\cdot(n+5)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-3n-15}{2n^2+2}}$

Deoarece este o fracție subunitară, limita $\lim_{n\to\infty}\frac{-3n-15}{2n^2+2}$ va fi egală cu 0. Așadar, revenind la limita principală, vom obține în final, e^{0}, care este egal cu 1.

CONCLUZII:

Pe lângă toate noțiunile teoretice prezentate mai sus acest referat își propune să abordeze și felul în care o problemă poate fi rezolvată. Matematica este o știință extrem de complexă, iar fiecare exercițiu, respectiv problemă, poate fi abordat în diferite modalități.

Am ales această temă atât din dorința de a afla câteva curiozități despre cel care a introdus în matematică această noțiune caracterizată de niște proprietăți unice, cât și pentru a demonstra faptul că limitele obținute din limita ce definește numărul „e”, specifice cazului de nedeterminare 1^{∞}, pot fi determinate mult mai ușor, grație formulei enunțate mai sus. Pe lângă faptul că facilitează obținerea limitei aceasta este și mai eficientă decât metoda standard,deoarece evită acea întreagă desfășurare a limitei propriu-zise.

BIBLIOGRAFIE ȘI SITOGRAFIE:

- Imaginea graficului funcției: https://ro.wikipedia.org/wiki/E_(constant%C4%83_matematic%C4%83)#/media/File:Exp_derivative_at_0.svg
- Informații adiționale:- https://www.scribd.com/doc/140123706/Cazuri-de-nedeterminare-limite
  -http://desprenumere.blogspot.com/2013/01/numarul-e.html
- Exercițiul cu limita a fost preluat din: Manual de matematică, clasa a XI-a.

Secţiunea a IV-a

Simpozion „Matematica ştiinţelor”

Cadre didactice

Metoda inducției matematice

Prof. Bălănoiu Georgiana-Maria
Școala Gimnazială Jupânești, județul Gorj

Metoda de raționament prin care din propoziții generale(predicate) obținem propoziții particulare se numește deducție. Metoda prin care din propoziții particulare obținem propoziții generale se numește inducție.

Pentru prima dată utilizarea inducției matematice poate fi găsită în demonstrația lui *Euclid*, care încearcă să arate că numărul de numere prime este infinit. Renumitul savant matematician L. Euler (1707-1783) a demonstrat că în trinomul $f(x)=x^2+x+41$, înlocuind pe x cu numerele naturale $n=0,\ 1,2\ 3,\ 4,\ 5,$ obținem numere prime: $f(0)=41,\ f(1)=43,\ f(2)=47,\ f(3)=53,\ f(4)=61,\ f(5)=71$. Putem concluziona ipoteza că valoarea trinomul $f(x)$ este număr prim, pentru orice număr x natural. Însă, dacă calculăm pentru $x=40$, obținem că $f(40)=40^2+40+41=41^2$, care nu este număr prim, el este și primul număr pentru care $f(x)$ nu este număr prim. Exemplu de mai sus arată că aceeași metodă de raționament conduce, în unele cazuri, la propoziții adevărate, iar – în altele, la propoziții false, deoarece concluzia se face după analiza a câteva exemple și nu a tuturor cazurilor posibile. Importanța inducției constă în faptul că analiza cazurilor particulare ne sugerează ipoteze.

Inducția matematică reprezintă o operaţie logică, metodă de învăţământ, metodă de cercetare prin intermediul căreia, în baza câtorva propoziţii particulare, se ajunge la o propoziţie generală. Aplicând inducția, trebuie să ținem cont de faptul că concluziile efectuate prin acest raționament sunt ipoteze.

În situația în care propoziția generală are o infinitate de cazuri particulare, demonstrația se face prin metoda inducției matematice, la baza căreia stă principiul inducției matematice. Inducţia şi deducţia sunt cele mai dificile operaţii ale gândirii pentru elevi. În curriculumul şcolar se accentuează că nu se va cere de la toţi elevii realizarea raţionamentului inductiv şi deductiv.

Principiul inducției matematice constituie un mijloc important de demonstrație în matematică a propozițiilor ce depind de argument natural. Inducţia matematică pleacă de la câţiva termeni daţi (de obicei primii) sau construiți prin diverse metode şi verifică posibilitatea de a trece de la unul sau mai mulţi termeni generaţi anterior, la cel curent.

În cele mai multe cazuri se lucrează cu un singur (n = 1) caz inițial, și se demonstrează implicația simplă $P(n) \Rightarrow P(n+1)$.

Să analizăm câteva exemple în continuare, care pot fi găsite în literatura de specialitate.

Fie $P(n)$ o propoziție matematică oarecare, ce depinde de un număr natural este adevărată, dacă: n ∈ℕ, P(n) este o propoziție adevărată pentru n=1;

$P(n)$ rămâne o propoziție adevărată, când n se majorează cu o unitate, adică $P(n+ 1)$ este adevărata.

Acest principiu este alcătuit din doua etape.

Etapa de verificare: se verifica dacă propoziția matematică P(n) este adevărata pentru n=1;

Etapa de demonstrare: pentru orice k ∈ℕ se verifică dacă propoziția P(k) este adevărată, atunci se demonstrează că este adevărată și afirmația pentru P(k + 1).

În continuare vom analiza câteva exemple, utilizând principiul inducției matematice complete ce reprezintă un mijloc important de demonstrație în matematică a propozițiilor ce depind de un argument natural.

1. Să se demonstreze următoarele egalități:

a) 1 + 2 + 3 + … + n = ;

b) 1 + 3 + 5 + … + (2n - 1) = n2;

Rezolvare. a) Pentru n = 1 egalitatea devine 1 = , 1=1, prin urmare P(1) este adevarată.

Presupunem că egalitatea din enunț este adevărată, adică are loc egalitatea

1 + 2 + 3 + : : : + n =

și urmează să verificăm dacă P(n + 1), adică

1 + 2 + 3 +… + n + (n + 1) = = ;

este justă. Cum (se ține seama de egalitatea din enunț)

1 + 2 + 3 + … + n + (n + 1) = + (n+1)

se obtine

1 + 2 + 3 + … + n + (n + 1) = + (n+1) = (n+1)(+ 1) = ;

adică P(n + 1) este afirmație corectă.

Așadar, conform principiului inductiei matematice egalitatea din enunț este justă pentru orice n natural.

b) Pentru n = 1 egalitatea devine 2 •1-1 = 12 sau 1=1, astfel P(1) este justă. Presupunem corectă egalitatea

1 + 3 + 5 + … + (2n - 1) = n2

și urmează să verificăm dacă are loc P(n + 1):

1 + 3 + 5 + … + (2n - 1) + (2(n + 1) - 1) = (n + 1)2

sau

1 + 3 + 5 + … + (2n - 1) + (2n + 1) = (n + 1)2;

Se tine seama de egalitatea din enunț și se obtine

1 + 3 + 5 + … + (2n - 1) + (2n + 1) = n2 + (2n + 1) = (n + 1)2;

Așadar P(n + 1) este adevărată și, prin urmare, egalitatea din enunț este adevărată.

2. Să se demonstreze inecuația lui Bernoulli: (1 + α)n 1 + nα, α > -1, n ∈ℕ.

Rezolvare. Pentru n = 1, înlocuim și observăm că inegalitatea este adevărată: 1 + α ⩾ 1 + α.

Se presupune că are loc inegalitatea enunțată

(1+α)n 1+nα

și se arată că are loc și pentru n+1

(1 + α)n+1 1 + (n + 1)α,

Dacă α > -1, atunci α + 1 > 0, multiplicând ambii membri ai inegalității cu (α + 1), se obține:

(1 + α)n(1 + α) (1 + nα) (1 + α)

sau

(1 + α)n+1 1 + (n + 1)α + nα2

Cum nα2 0, rezultă

(1 + α)n+1 1 + (n + 1)α + nα2 1 + (n + 1)α.

Conform principiului inducției matematice, inegalitatea lui Bernoulli este adevărată.

3. Demonstrați inegalitățile:

a) sin2nα + cos2n α ≤ 1 , n ∈ℕ;

b) 2n > n3 , n ∈ℕ , n ≥ 10;

Rezolvare. a) P(1) este o afirmație justă, sin2α + cos2 α = 1 , n ∈ℕ; Se presupune că P(n) este o afirmație adevărată

sin2nα + cos2n α ≤ 1 , n ∈ℕ;

și se arată că are loc P(n+1). Obținem:

sin2(n+1)α + cos2(n+1) α = sin2nα • sin2α + cos2n α • cos2α < sin2nα + cos2n α ≤ 1 , n ∈ℕ;

Se ține seama că dacă sin2α≤ 1 atunci cos2α< 1 și reciproc dacă cos2α ≤ 1, atunci sin2α < 1.

Așadar pentru orice n ∈ℕ are loc sin2nα + cos2n α ≤ 1 și semnul egalității se atinge doar pentru n=1.

b) Verificăm P(10) : 210 > 103, 1024 > 1000, deci pentru n = 10 afirmația este corectă. Se presupune

2n > n3 , n ∈ℕ , n ≥ 10 și trebuie de demonstrat P(n+1), adică 2n+1 > (n+1)3 , n ∈ℕ , n ≥ 10;

Ținem cont de ipoteză (2n > n3 , n ∈ℕ , n ≥ 10) și obținem

$2n+1 = 2n \bullet 2 = 2n + 2n > n3 + n3 > n3 +3n2 +3n +1 = (n+1)3$.

Așadar, conform principiului inducției matematice, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 10$, are loc $2n > n3$.

4. Să se demonstreze că $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$, avem $9n+1 - 8n - 9 \ \ 16$.

Soluție. I. Etapa de verificare: $n = 0 \Rightarrow P(0) : 0 \ \ 16 \Rightarrow P(n)$ este adevărată.

II. Etapa de demonstrație : presupunem P(k) adevărată:

$9k+1 - 8k -9 \ \ 16 \Leftrightarrow 9k+1 - 8k -9 = 16 \bullet s \Leftrightarrow 9k+1 = 16 \bullet s +8k + 9$.

Studiem P(k+1) : $9k + 2 - 8(k+1) - 9 \ \ 16$.

$9k + 2 - 8(k+1) - 9 = 9 \bullet 9k+1 - 8k - 17 = 9(16s + 8k + 9) - 8k - 17 = 9 \bullet 16s + 72k + 81 - 8k - 17 = 9 \bullet 16s + 64k + 64 = 16(9s + 4k + 4) \ \ 16 \Rightarrow P(k+1)$ adevărată.

Cum P(0) este adevărată și $P(k) \rightarrow P(k+1)$, rezultă P(n) este adevărată, $(\forall)\ n \in \mathbb{N}$.

BIBLIOGRAFIE:

- Dan, Christina-Theresia, Chiosa, Sabina-Tatiana, Didactica matematicii, Editura Universitaria, Craiova, 2008.
- Năstăsescu, C., Niță, C., Popa, S., Matematică. Manual pentru clasa a X-a, București, 1996.
- Romanescu, V., Stoichițoiu, M., Cîrstoiu, A., Pătrășcoiu, E., Paralescu, I., Constantinescu, M., Lupulescu, V., Mitescu, Gh., Matematică. Culegere de probleme pentru liceu, Editura Axioma Teomsnic, Tg. Jiu, 2006.

Metodele activ – participative în domeniul ştiinţelor

Prof. înv. primar Andreescu Camelia
Școala Gimnazială Nr. 81 București

Metodologia didactică reprezintă un ansamblu de tehnici de eficientizare a acţiunii de instruire, respectiv metodele, procedeele şi mijloacele didactice.

Cuvântul **metodă** provine din grecescul „methodos“ (odos-cale, drum; methe-spre, către), ceea ce înseamnă cale de urmat în vederea atingerii unui scop sau un mod de urmărire, de căutare, de cercetare şi aflare a adevărului. Din punct de vedere pedagogic, „metoda se defineşte drept **o cale de urmat** în vederea atingerii unor obiective instructiv-educative dinainte stabilite, precum cele de **transmitere şi însuşire** a unor cunoştinţe, de formare a unor **priceperi şi deprinderi**“. ([3], pag. 77). De asemenea, metoda „desemnează o cale pe care învăţătorul o urmează pentru a ajuta elevii să găsească ei înşişi o cale proprie de parcurs în vederea aflării unor noi adevăruri, consemnate în noi cunoştinţe, în forme comportamentale“ sau, pe scurt, este „ o cale eficientă de organizare şi dirijare a învăţării, un mod comun de a proceda al învăţătorului cu elevii săi.“ (ibidem)

Sorin Cristea ([5], pag. 110) defineşte metoda drept „**o cale** necesară pentru dobândirea cunoştinţelor şi capacităţilor proiectate la nivelul obiectivelor procesului de învăţământ, valorificând principiile specifice de proiectare şi de realizare a activităţii didactice, în termeni de comunicare-cunoaştere-creativitate“, dar nu scapă din vedere aspectul psihologic. Din acest punct de vedere, „metoda reprezintă o acţiune flexibilă subordonată funcţional activităţii didactice, obiectivelor pedagogice ale acesteia“ ([5], pag. 110) şi include „ un ansamblu de operaţii“, respectiv de procedee didactice, susţinut de mijloace, instrumente, respectiv de mijloacele didactice, care facilitează desfăşurarea procesului de instruire.

„Cursul de pedagogie“ ([2], pag. 179) avansează o definiţie care cuprinde totalitatea ideilor de mai sus. Astfel, „metoda se defineşte drept o cale de urmat în vederea atingerii unor obiective instructiv-educative dinainte stabilite; drept o cale de transmitere şi însuşire a cunoştinţelor, de formare a priceperilor şi deprinderilor, drept o cale pe care profesorul o urmează pentru a da posibilitatea elevilor să găsească ei înşişi calea proprie de urmat în vederea redescoperirii unor noi adevăruri, a elaborării unor noi cunoştinţe şi forme comportamentale, a găsirii unor noi răspunsuri, la situaţiile problematice de învăţare cu care se văd confruntate.“

Activizarea predării-învăţării-evaluării presupune folosirea unor metode, tehnici şi procedee care îl implică pe elev în activitatea propriu-zisă, urmărindu-se dezvoltarea gândirii, stimularea creativităţii, dezvoltarea interesului pentru învăţare, în sensul formării lui ca participant activ la procesul de educare. În acest mod elevul este ajutat să înţeleagă lumea în care trăieşte şi să aplice în diferite situaţii de viaţă ceea ce a învăţat.

Olga Ciobanu consideră că „metodele active presupun demersuri subiective şi existenţiale, valorile educaţiei actuale fiind mai mult existenţiale şi experienţiale decât obiective şi exterioare persoanei." ([4], pag. 133) Din acest punct de vedere, cunoaşterea şcolară nu se mai limitează la procesele cognitive, ci este concepută ca un proces total, un proces al fiinţei în întregul său. Astfel, metodele active exprimă continuitatea între persoana care cunoaşte şi ceea ce aceasta cunoaşte, ele caută complementaritatea şi relaţiile, sistematizarea experienţei subiective, colaborarea şi cercetarea comună.

Metodele active pot fi clasificate în metode care favorizează înţelegerea conceptelor şi ideilor, în metode care stimulează gândirea şi creativitatea şi metode prin care elevii sunt învăţaţi să lucreze productiv.

Învăţarea prin descoperire constituie o modalitate de lucru prin care elevii sunt puşi în situaţia de a descoperi adevărul, reconstituind printr-o activitate proprie, drumul elaborării cunoştinţelor. În urma investigaţiilor şi acţiunilor desfăşurate de către elevi rezultă cunoştinţe, deprinderi, priceperi, capacităţi. Chiar dacă este considerată mai mult decât o metodă, o strategie, ea îşi menţine statutul, deoarece urmăreşte un obiectiv operaţional observabil şi măsurabil. Descoperirea didactică se realizează prin metode diferite de nuanţă euristică, precum: observarea dirijată sau independentă, învăţarea prin încercări-experinţe, studiul de caz, problematizarea, studiu individual, efectuarea de anchete, elaborarea de lucrări. Este important de menţionat, că, atunci când am aplicat această metodă am pornit de la o situaţie problemă, pentru a cărei rezolvare elevii au avut la dispoziţie mijloace de învăţământ care să-i conducă la descoperirea adevărului. Am utilizat-o mai ales în lecţiile de comunicare şi însuşire a noilor cunoştinţe, în cele de formare şi consolidare a priceperilor şi deprinderilor.

Descoperirea iniţiază elevul în specificul căutării, fără a considera că rezultatul este ceva nou pentru domeniu, ci doar pentru el. În acest sens, este important să respectăm etapele descoperirii: formularea sarcinii, problemei; efectuarea de reactualizări; formularea ipotezei de rezolvare; stabilirea planului şi a mijloacelor; verificarea, formularea unor generalizări; evaluarea; valorificarea.

Metoda implică anumite dificultăţi de realizare:

-timp îndelungat de realizare în raport cu volumul de cunoştinţe şi deprinderi ale elevilor;

-necesitatea unei cantităţi mai mari de material didactic variat;

-proiectarea unor acţiuni care să respecte etapele formării progresive ale deprinderilor de cercetare;

-incapacitatea elevilor de a desfăşura, realiza şi finaliza concomitent toate etapele;

-participarea uneori limitată a elevilor la rezolvarea sarcinilor şi extragerea greoaie a generalizărilor.

Din acţiunile didactice desfăşurate, am constatat că descoperirea este mult mai eficace în lecţiile de ştiinţe, unde conţinutul, materialul didactic, structurarea sarcinilor permit învăţarea prin cercetare în cadrul cât mai multor lecţii. Astfel, la lecţia despre aer elevii pot efectua experienţe, îşi notează constatările, comentează împreună cu colegii şi apoi generalizează. În cazul studiului unor plante sau animale, se face apel la cunoştinţele anterioare şi experienţa empirică, se efectuează observaţii în prealabil, pentru ca, pe baza acestora, în clasă, să se analizeze, ordoneze, completeze şi sistematizeze cunoştinţele.

În aplicarea acestei metode am avut grijă să nu utilizez excesiv manualul, să nu limitez descoperirea la metoda observaţiei, la analiza materialului intuitiv fără o ipoteză de cercetare.

În predarea – învăţarea cunoştinţelor de explorarea mediului şi ştiinţe, nivelul dezvoltării intelectuale al elevilor şi specificul conţinuturilor de învăţare impun folosirea cu prioritate a învăţării prin descoperire inductivă. Aceasta se întemeiază pe raţionamentul inductiv şi constă în analiza, compararea, clasificarea unor obiecte şi fapte particulare în vederea extragerii generalului, esenţialului, necunoscutului la elevi.

Astfel, pentru a-şi însuşi componentele observabile la plante (rădăcină, frunză, floare, fruct, sământă) şi rolul lor se porneşte de la plantarea unor seminţe şi observarea etapelor de creştere a plantei: încolţire, răsărire, creştere, prin completarea constantă a unor fişe de observaţie. Elevii pot vizita, de asemenea, o grădină, vor identifica părţile componente ale plantelor existente, vor completa fişe de observaţie, pentru ca ulterior să recunoască părţile componente ale unei plante din alt mediu de viaţă decât cel vizitat şi familiar (grădina). Pentru a observa ce rol are fiecare componentă, învăţătorul poate efectua împreună cu elevii diverse experimente: „De câtă apă are nevoie planta pentru a trăi?“, „Absorbţia prin tulpină“. În continuare, pentru dezvoltarea inteligenţei, învăţătorul poate solicita elevilor:

- să creeze o poezioară, o ghicitoare despre o plantă;
- să aranjeze pe o coloană elementele observate la planta respectivă şi, pe o alta, ceea ce elementul respectiv permite să se realizeze;

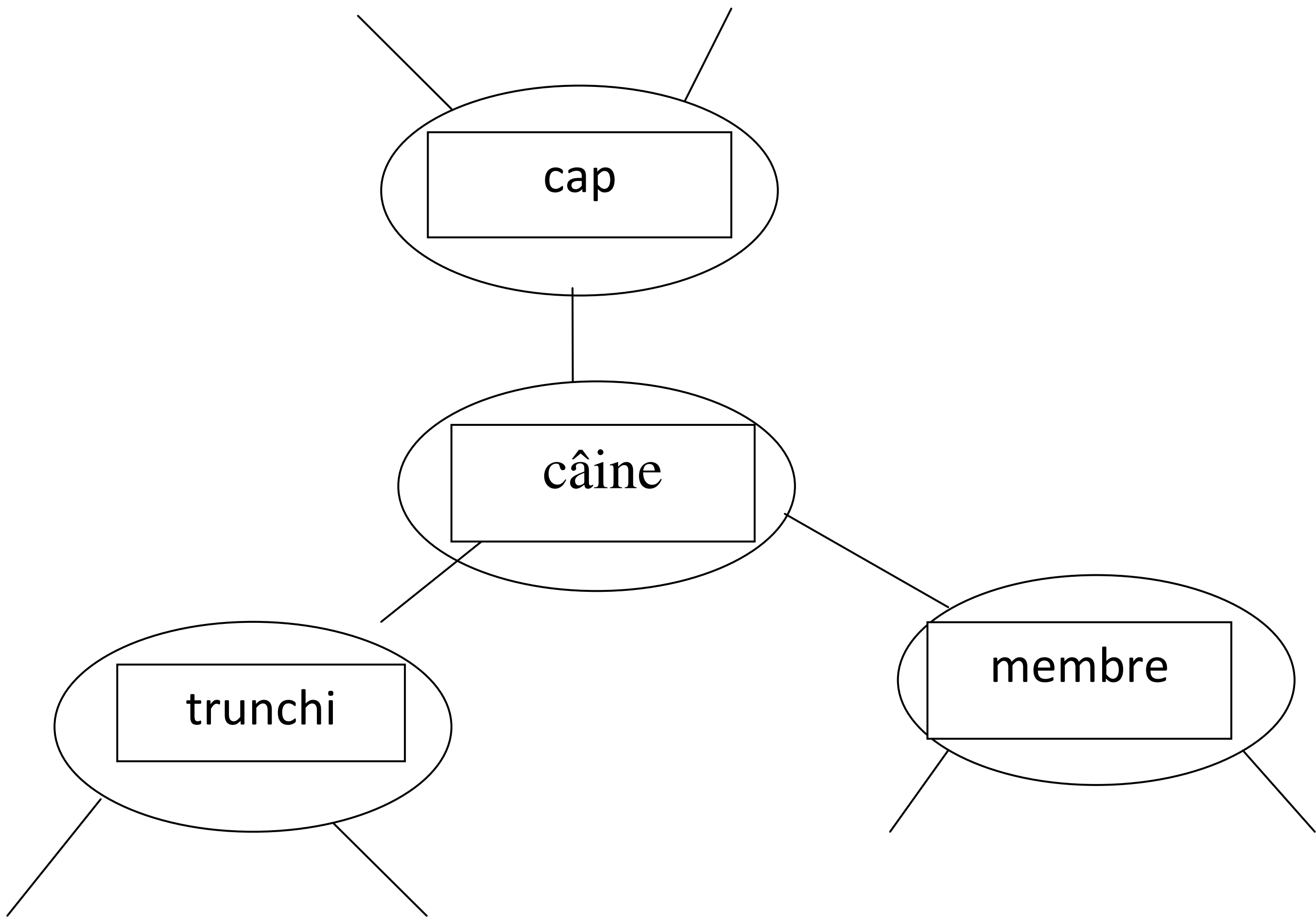
- să creeze o problemă cu datele pe care le cunoaşte despre planta respectivă;
- să descopere asemănări şi deosebiri cu o altă plantă;
- să realizeze un colaj, modelaj, desen despre planta preferată şi să sublinieze trăsăturile distinctive;
- să mimeze planta respectivă;
- să realizeze jocul „Dacă aş fi o plantă, mi-ar plăcea să fiu …“ şi să explice de ce.

Aceste activităţi pot fi realizate atât individual cât şi pe grupuri.

Pentru a identifica la un animal componentele observabile: cap, trunchi, membre, elevii vor realiza observaţii pe modele vii şi/sau planşe intuitive, după care pot completa diverse scheme.

Exemple:

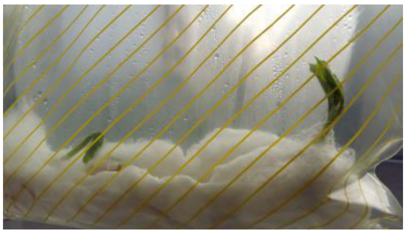
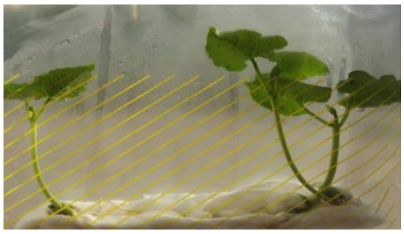
Animalul observat	Mediul de viaţă	Alcătuirea corpului			Cu ce se hrăneşte?	Înmulţirea	Foloase
		cap	trunchi	membre			



De asemenea, se poate porni de la metoda dezvoltării gândirii critice „Ştiu/ Vreau să ştiu/Am învăţat“.

Ştiu	Vreau să ştiu	Am învăţat

Exemplu: observarea componentelor observabile la plante

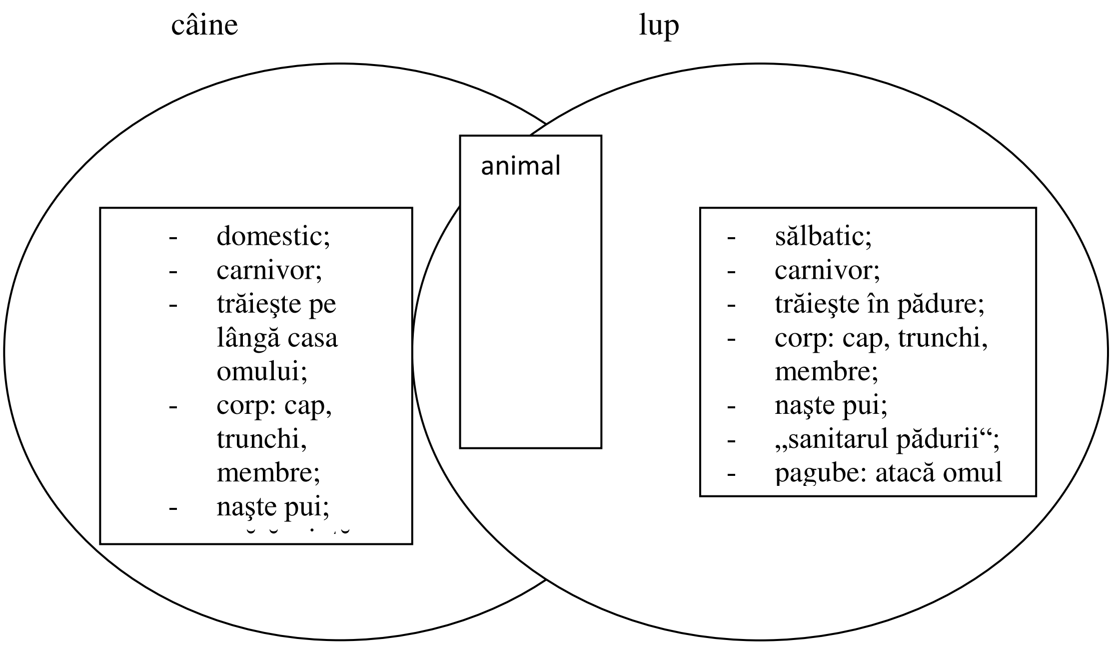




O altă metodă activă de învăţare este metoda cubului. Pe cele şase feţe sunt menţionate sarcinile: descrie, compară, analizează, asociază, aplică, argumentează. Astfel, la lecţia despre animale domestice: câine, pisică, clasa se împarte în şase grupuri, care examinează tema conform cerinţei înscrise pe faţa cubului alocată fiecărui grup:

a) descrie: aspectul, dimensiunile;
b) compară: asemănările şi deosebirile specifice faţă de alte realităţi;
c) asociază: la ce te îndeamnă să te gândeşti?
d) analizează: spune din ce este alcătuit corpul său;
e) aplică: ce foloase avem de la el?
f) argumentează pro sau contra lui, enumerând suficiente motive care să susţină afirmaţiile sale.

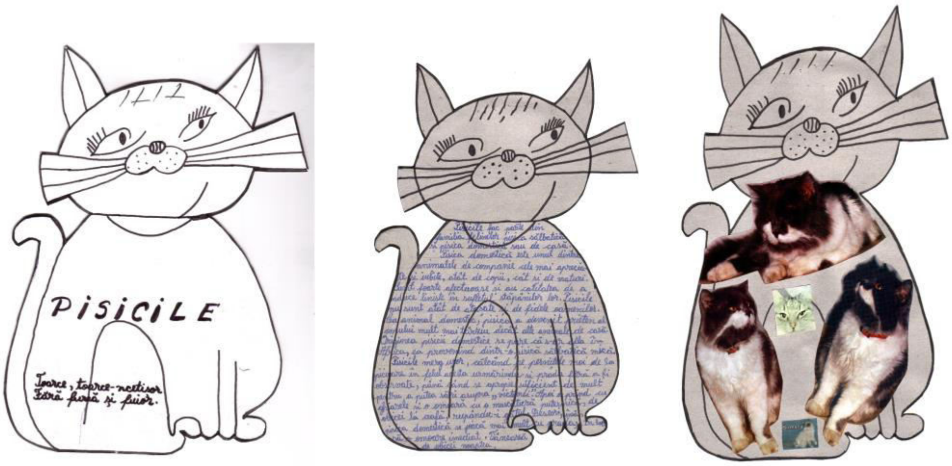
La final, fiecare grup va prezenta în faţa celorlalţi, oral sau cu flipchart concluziile la care au ajuns sau materialul elaborat.

Pentru a scoate în evidenţă asemănările şi deosebirile cu un alt animal se poate elabora diagrama lui Venn.



O modalitate modernă de evaluare este cea a proiectului, extrem de activizantă pentru elevi prin volumul de muncă necesar.

Exemplu de proiect cu tema „Pisica" (foile sunt capsate între ele):



Exemplu de proiect „Pisica" realizat la clasa I.

Exemplu de proiect „Căţelul“ realizat la clasa I.

Exemplu de proiect „Lacul“ realizat la clasa a II-a.

În concluzie, metodele activ – participative contribuie la dezvoltarea gândirii critice a elevilor, la realizarea independenţei elevilor, dar şi la creearea unui stil de muncă în echipă, făcând lecţiile dinamice, vesele, instructive, iar copiii învăţând singuri prin descoperirea adevărurilor de mult ştiute.

BIBLIOGRAFIE:

1. Cerghit, Ioan, „Metode de învăţământ“,Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti – 1976;
2. Cerghit, Ioan, Vlăsceanu, Lazăr, „Curs de pedagogie“, Tipografia Universităţii Bucureşti – 1988;
3. Cerghit, I., Radu, I.I., Popescu, E, Vlăsceanu, L, „Didactica“, Ed. Didactica şi Pedagogică, Bucureşti-1996;
4. Ciobanu, Olga, „Elemente de teoria şi metodologia instruirii – prelegeri universitare“, Editura ASE, Bucureşti - 2003;
5. Cristea, Sorin, „Pedagogie“, Ed. Hardiscom, Piteşti-1997;
6. Ministerul Educaţiei şi Cercetării, Consiliul Naţional pentru Curriculum, „Ghid metodologic de aplicare a programei şcolare de ştiinţe ale naturii la clasele a III-a – a IV- a“, Ed. Aramis, Bucureşti – 2001.

Algoritmul [3]

Prof. înv. primar Panaitescu-Liess Georgiana-Elisabeta
Prof. înv. primar Ursache Anișoara
Școala Gimnazială Nr. 81, București

"Algoritmul desemnează o mulţime exhaustivă şi univoc determinată de operaţii, împreună cu succesiunea în care trebuie aplicate asupra datelor iniţiale ale problemei, pentru a obţine soluţia. El este considerat mod de prezentare a procesului de rezolvare a problemelor şi suport după care se realizează programul".[1]

Proiectarea sau conceperea unui algoritm constă într-o muncă sistematică ce se desfăşoară între două marcaje clare: enunțul problemei și realizarea algoritmului necesar rezolvării problemei, iar activitățile importante ale procesului de elaborare ale unui algoritm sunt următoarele:

- Enunțul problemei;
- Descrierea metodei de lucru;
- Proiectarea (eventuala descompunere în subprobleme a problemei abordate);
- Verificarea algoritmului.

Există două metode utilizate în proiectarea algoritmilor. Una dintre acestea este metoda descendentă sau metoda top-down, cu punct de plecare problema ce trebuie rezolvată, care se descompune în subprobleme, ce la rândul lor, se pot descompune mai departe în alte subprobleme, ș. a. m.d.

Cealaltă metodă este metoda ascendentă sau metoda bottom-up și ea pornește invers, de la niște subalgoritmi existenți pe care îi asamblează în alți subalgoritmi, până la final, când se obține algoritmul dorit. În practică se utilizează, de cele mai multe ori, o metodă combinată între cele două metode prezentate mai sus.

Una dintre cele mai mari provocări pe care le întâlnim la clasele mici este dozarea corectă între automatim și conștientizare, în ceea ce privește asimilarea regulilor de calcul. Este nevoie de realizarea unui echilibru perfect între cele două aspecte, automatizare și conștientizare, nefiind de ajuns ca un elev să reproducă diferite calcule (tabla înmulțirii, etc), ci trebuie urmărit, în aceeași măsură, gradul de înțelegere, de conștientizare a acestor calcule.

Până la urmă, algoritmii sunt ideile principale ce permit o vedere de ansamblu asupra problematicii, sunt sistemele de raţionamente care, prin respectarea ordinii de succedare, conduc la rezolvarea unei anumite aplicații. Ursula Șchiopu arăta că (și aici citez din memorie):*"Algoritmii sau regulile sunt instrumente mintale dobândite"*.

După desfăşurarea unor analize scrupuloase asupra problemei existente, urmează etapa de conștientizare a fiecărei componente a raționamentului, se fac conexiunile dintre aceste componente, apoi, la final, totul îmbracă haina automatismului.

În momentul în care, algoritmul final este gata, el poate fi adoptat, iar efortul la care este supusă mintea umană scade simțitor și astfel, energiile creatoare se vor focusa spre alte aplicații care pot sau nu să fie rezolvate algoritmic.

Tot acest ansamblu de automatisme extrem de suple, de elastice nu este alcătuit din simple formule, sunt mai mult de atât. Fiecare etapă din șirul de raționamente propus este pe deplin conștientizat și conduce la stimularea creativității.

La modul ideal, oricare dintre operațiile de calcul automatizate ar trebui să depindă de o anumită schemă de acțiune ce poate lua un număr cât mai mare de forme, algoritmii fiind antrenați în scopul rezolvării unor problematici variate ce au un principiu comun de rezolvare. Dacă pentru elaborarea și verificarea algoritmilor este nevoie de un anumit nivel de activitate intelectuală, pentru utilizarea acestora în scopul rezolvării unor situații noi este necesară trecerea la un nivel superior de gândire.

Prin utilizarea operațiilor aritmetice simple dăm posibilitatea elevilor să gândească, să-și formeze reflexe matematice, să-și dezvolte raționamentul, dar toate acestea trebuie să se bazeze pe înțelegerea fenomenului matematic, a extragerii esențialului din noțiunile respective (cum ar cea de număr sau de problemă). Evoluția elevului pe parcursul traiectoriei sale școlare va fi marcată de acest grad înțelegere, bineînțeles cu palierele specifice vârstei.

La debutul formării deprinderilor matematice, elevul nu poate să asimileze în mod conştient un anumit procedeu de calcul, decât dacă îl înţelege mai întâi. Pe lângă utilizarea în mod repetat a procedeului respectiv în alte aplicații - ce va conduce la automatizarea tehnicii de calcul – profesorul trebuie să aibă grijă ca elevul să fie conștient de datele problemei, de conținutul acesteia. Trebuie controlat modul în care elevul rămâne conectat la aplicație, automotivat și astfel apare sensul acelui ”de ce?”, repetat obsesiv de dascăl. Întrebarea aceasta îl face pe elev să retrăiască drumul parcurs între datele de intrare și rezultatul final, contribuind decisiv în formarea unei gândiri cauzale şi unui limbaj matematic. Gândirea elevului va evolua, va ajunge să opereze etapizat, prin analiză, sinteză, abstractizare şi generalizare.

Astfel, dacă în general, noţiunea de problemă vizează un obstacol, o dificultate (teoretică sau practică) care reclamă o soluție, în sens restrâns, o problemă poate fi orice dificultate de natură practică sau teoretică ce necesită o soluţionare. În sens restrâns, problema din matematică are ca scop o situaţie problematică care necesită pentru rezolvare desfăşurarea unor procese de gândire şi calcul. Ea presupune o anumită situaţie, care trebuie lămurită și nu oricum, ci în condiţiile enunțului unei ipoteze (valori numerice date, relaţii între aceste valori), în vederea obținerii prin intermediul raţionamentului şi efectuării unui şir de operaţii, a concluziei finale – rezolvarea problemei. [4]

Etapele rezolvării problemelor [2]

Puțin câte puțin, îi vom introduce pe elevi în activitatea de rezolvare a problemelor. Aceasta se va realiza progresiv, pe măsură ce înaintează în studiu şi pe măsură ce experienţa lor de rezolvitor se îmbogăţeşte vor depune eforturi mai mari. După învăţarea primelor operaţii aritmetice (de adunare şi scădere) vor rezolva primele probleme, simple, cu o singură operație, având la bază suport intuitiv, la început oral, apoi în scris. Saltul îl va constitui trecerea de la rezolvarea problemelor simple la rezolvarea problemelor compuse.

În rezolvarea problemelor se disting două situații ce solicită în mod diferit mecanismele intelectuale ale elevilor:

a) situația în care elevul are de rezolvat o problemă asemănătoare cu cele rezolvate anterior sau o problemă tip (care se rezolvă prin aceeaşi metodă);

În această situație elevul este „antrenat" să recunoască tipul de problemă căruia îi aparţine problema dată. Prin rezolvarea unor probleme care fac parte din aceeaşi categorie, având acelaşi mod de rațíonament, același mod de organizare a judecăţilor, se fixează mai ușor în mintea elevilor principiul prin care se rezolvă problema, schema mintală de rezolvare. În cazul problemelor tipice, această schemă se fixează ca un algoritm de calcul, ***algoritmul de rezolvare a problemei.***

b) situația în care elevul întâlneşte probleme noi, a căror rezolvare este necunoscută, nemaiputând aplica o schemă mintală cunoscută, fiind solicitat în găsirea unei noi căi de rezolvare.

Rezolvarea unei probleme se realizează parcurgând mai multe etape de organizare a datelor, reorganizare, reformulare a problemei în scopul înțelegerii ei, elevii fiind îndrumați în direcția rezolvării și găsirii soluției.

Aceste etape sunt:

a) Cunoaşterea enunţului problemei;
b) Înţelegerea enunţului problemei;
c) Analiza problemei şi întocmirea planului logic;
d) Alegerea şi efectuarea operaţiilor corespunzătoare succesiunii judecăţilor din planul logic;
e) Activităţi suplimentare:

- verificarea rezultatului;
- scrierea sub formă de exerciţiu;
- găsirea altei căi sau metode de rezolvare;

- generalizare;
- compunere de probleme după o schemă asemănătoare, etc.

Problemele-tip

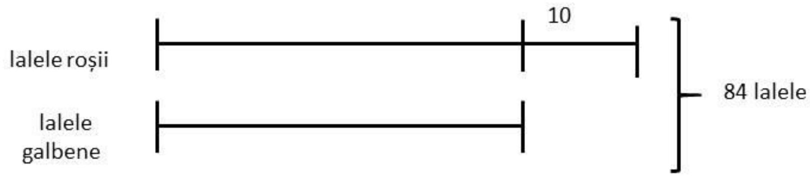
Caracteristica definitorie a unei probleme-tip este dată de construcția matematică a acesteia, ce impune o strategie de rezolvare bazată pe un algoritm specific. Teoretic, orice astfel de problemă este rezolvată atunci când am descoperit tipologia problemei și algoritmul aferent rezolvării acesteia.

Iată, în cele ce urmează, o aplicație ce se bazează pe metoda grafică, rezolvabilă printr-un algoritm propriu.

Metoda figurativă - ***Aflarea a două numere când se cunoaşte suma şi diferenţa lor***

Într-o grădină sunt în total 84 lalele roșii și galbene. Lalalele roșii sunt cu 10 mai multe decât cele galbene. Câte lalele din fiecare fel sunt?

Există două modalităţi de rezolvare. Fie scădem din necunoscuta mai mare cât are în plus faţă de cealaltă, cu micşorarea corespunzătoare a sumei sau adunăm la necunoscuta cu valoare mai mică cât are în minus faţă de cealaltă, cu majorarea corespunzătoare a sumei.



Algoritmul pentru aflarea a două numere dacă se cunosc suma și diferența este următorul:

a)	b)
1. Citește SUMA	1. Citește SUMA
2. Citește DIFERENȚA	2. Citește DIFERENȚA
3. Consideră AL DOILEA NUMĂR= (SUMA – DIFERENȚA) : 2	3. Consideră PRIMUL NUMĂR= (SUMA + DIFERENȚA) : 2
4. Consideră PRIMUL NUMĂR= (SUMA – DIFERENȚA) : 2 + DIFERENȚA= (SUMA + DIFERENȚA) : 2	4. Consideră AL DOILEA NUMĂR= (SUMA + DIFERENȚA) : 2 - DIFERENȚA= (SUMA - DIFERENȚA) : 2
5. Scrie PRIMUL NUMĂR	5. Scrie PRIMUL NUMĂR
6. Scrie AL DOILEA NUMĂR	6. Scrie AL DOILEA NUMĂR
7. STOP	7. STOP
Cu alte cuvinte, dacă notăm SUMA cu ***S***,	Cu alte cuvinte, dacă notăm SUMA cu ***S***,

DIFERENȚA cu ***D***, PRIMUL NUMĂR cu ***N*** și AL DOILEA NUMĂR cu ***n***, atunci algoritmul se scrie așa: 1.Citește ***S*** 2. Citește ***D*** 3.Consideră ***n = (S-D) : 2*** 4. Consideră ***N = (S+D) : 2*** 5. Scrie ***N*** 6. Scrie ***n*** 7. STOP	DIFERENȚA cu ***D***, PRIMUL NUMĂR cu ***N*** și AL DOILEA NUMĂR cu ***n***, atunci algoritmul se scrie așa: 1.Citește ***S*** 2. Citește ***D*** 3.Consideră ***N = (S+D) : 2*** 4. Consideră ***n = (S-D) : 2*** 5. Scrie ***N*** 6. Scrie ***n*** 7. STOP

Paşii algoritmului, pe înțelesul elevilor:

a) 1. Câte lalele ar fi în grădină dacă lalelele roșii ar fi egale cu cele galbene (care sunt mai puține)? 84 – 10 = 74 (lalele) 2. Câte părţi egale are suma? 1 + 1 = 2 (părți) 3. Câte lalele galbene sunt? 74 : 2 = 37 (lalele galbene) 4. Câte lalele roșii sunt? 37 + 10 = 47 (lalele roșii) sau 84 – 37 = 47 (lalele roșii) R: 47 lalele roșii, 37 lalele galbene	b) 1. Câte lalele ar fi în grădină dacă lalelele galbene ar fi egale cu cele roșii (care sunt mai multe)? 84 + 10 = 94 (lalele) 2. Câte părţi egale are suma? 1 + 1 = 2 (părți) 3. Câte lalele roșii sunt? 94 : 2 = 47 (lalele roșii) 4. Câte lalele galbene sunt? 47 - 10 = 37 (lalele galbene) sau 84 – 47 = 37 (lalele galbene) R: 47 lalele roșii, 37 lalele galbene

Generalizare:

Se dau S (suma) şi D (diferenţa)

Se cer N (necunoscuta cu valoare mai mare) şi n (necunoscuta cu valoare mai mică)

Soluţie: N = (S + D) / 2; n = (S – D) / 2

Algebric, problema se poate reduce la o ecuaţie cu o necunoscută sau la un sistem de ecuaţii cu două necunoscute:

- Fie x partea mai scurtă şi x+10 partea mai lungă. Atunci avem:

$x + (x+10) = 84$, $x=37$

- Fie x partea mai lungă şi x-10 partea mai scurtă. Atunci avem:

$x + (x-10)= 84$, $x=47$

- Fie x partea mai lungă, cealaltă parte va fi 84-x. Atunci $x - (84-x) = 10$, $x=47$.
- Fie x partea mai scurtă, cealaltă parte va fi 84-x. Atunci $(84-x) - x = 10$, $x=37$.
- Fie x partea mai lungă şi y partea mai scurtă

$$\begin{cases} x + y = 84 \\ x - y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 47 \\ y = 37 \end{cases}$$

Însuşirea tehnicii de calcul, a algoritmilor de calcul, constituie a,b,c-ul în învățarea matematicii. După ce și-a însușit algoritmii necesari, urmează aplicarea acestora în situații cunoscute, dar și în situații noi, gândirea acționând creator pentru rezolvarea situațiilor-problemă.

Bibliografie:

1. Apostol C., Roşca I. Gh., Roşca V., Ghilic-Micu B. (1993), Introducere în programare. Teorie şi aplicaţii, Editura Bucureşti;

2. Neacşu, I. , Dascălu, Ghe. , Radu, H. , Tăgârţă, V. , Roşu, M. , Roman, M., Zafiu, Ghe. (1988), *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, E.D.P., Bucureşti;

3. Panaitescu-Liess, G. (2016) - *Algoritmul – concept important în matematica învățământului primar. Teză de licență, Universitatea București;*

4. Roșu, M. (2006), *Pedagogia învăţământului primar şi preşcolar. Didactica matematicii în învăţământul primar*

Integrale care se pot determina atât prin integrare prin părți cât și prin schimbare de variabilă

Profesor Laiu Răzvan
Colegiul "Mihail Cantacuzino" Sinaia

1) $\int \sin x \cos x dx \quad , \quad x \in R$

Soluție

Metoda I: Integrare prin părți

Alegând în formula de integrare prin părți funcțiile $f, g : R \to R$, $f(x) = \sin x$ și $g'(x) = \cos x \Rightarrow g(x) = \sin x$ avem:

$$I = \int \sin x \cos x dx = \int \sin x (\sin x)' dx = \sin x \sin x - \int (\sin x)' \sin x dx = \sin^2 x -$$

$$- \int \cos x \sin x dx = \sin^2 x - I \Rightarrow 2I = \sin^2 x \Rightarrow I = \frac{\sin^2 x}{2} + C$$

Metoda II: Schimbare de variabilă

Făcând schimbarea de variabila $t = \sin x$, $dt = \cos x dx$ rezultă:

$$I = \int \sin x \cos x dx = \int t dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{\sin^2 x}{2} + C$$

Metoda III: **Folosind formula** $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.

$$I = \int \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int 2 \sin x \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{-\cos 2x}{2} + C$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{-(1 - 2\sin^2 x)}{2} + C = -\frac{1}{4} + \frac{2\sin^2 x}{4} + C = \frac{\sin^2 x}{2} + C$$

2) $\int \frac{\ln x}{x} dx \quad , \quad x \in (0, +\infty)$

Soluție

Metoda I: Integrare prin părți

$$I = \int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x (\ln x)' dx = \ln x \ln x - \int (\ln x)' \ln x dx = \ln^2 x - I$$

$$\Rightarrow I = \ln^2 x - I \Rightarrow 2I = \ln^2 x \Rightarrow I = \frac{\ln^2 x}{2} + C$$

Metoda II: Schimbare de variabilă

$$t = \ln x \Rightarrow dt = (\ln x)' dx \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$$

$$I = \int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x \cdot \frac{1}{x} dx = \int t dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{\ln^2 x}{2} + C$$

3) $\int \frac{arctgx}{1+x^2}dx \quad , \quad x \in R$

Soluție

Metoda I: Integrare prin părți

$$I = \int \frac{arctgx}{1+x^2}dx = \int arctgx(arctgx)'dx = arctg^2 x - \int (arctgx)' arctgx dx = arctg^2 x - I$$

$$\Rightarrow I = arctg^2 x - I \Rightarrow 2I = arctg^2 x \Rightarrow I = \frac{arctg^2 x}{2} + C$$

Metoda II: Schimbare de variabilă

$$t = arctgx \Rightarrow dt = (arctg)'dx \Rightarrow dt = \frac{1}{1+x^2}dx$$

$$I = \int \frac{arctgx}{1+x^2}dx = \int arctgx(arctgx)'dx = \int tdt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{arctg^2 x}{2} + C$$

4) Fie $f : I \to R$ ($I \subset R$ interval) o funcție derivabilă, cu derivata continuă.

Atunci: $\int f(x) \cdot f'(x)dx = \frac{f^2(x)}{2} + C$

Demonstrație

Metoda I: Integrare prin părți

$$I = \int f(x)f'(x)dx = f(x)f(x) - \int f'(x)f(x)dx = f^2(x) - I$$

$$\Rightarrow I = f^2(x) - I \Rightarrow 2I = f^2(x) \Rightarrow I = \frac{f^2(x)}{2} + C$$

Metoda II: Schimbare de variabilă

$$t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x)dx$$

$$I = \int f(x)f'(x)dx = \int tdt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{f^2(x)}{2} + C$$

5) $\int \frac{\ln^3 x}{x}dx \quad , \quad x \in (0,+\infty)$

Soluție

Metoda I: Integrare prin părți

$$I = \int \frac{\ln^3 x}{x}dx = \int \ln^3 x(\ln x)'dx = \ln^3 x \ln x - \int (\ln^3 x)' \ln x dx = \ln^4 x - 3\int \ln^2 x(\ln x)' \ln x dx$$

$$\Rightarrow I = \ln^4 x - 3I \Rightarrow 4I = \ln^4 x \Rightarrow I = \frac{\ln^4 x}{4} + C$$

Metoda II: Schimbare de variabilă

$$t = \ln x \Rightarrow dt = (\ln x)'dx \Rightarrow dt = \frac{1}{x}dx$$

$$I = \int \frac{\ln^3 x}{x}dx = \int \ln^3 x \cdot \frac{1}{x}dx = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\ln^4 x}{4} + C$$

6) $\int (x^2-3x+1)^5(2x-3)dx$, $x \in R$

Soluție

Metoda I: Integrare prin părți

$I = \int (x^2-3x+1)^5(2x-3)dx = \int (x^2-3x+1)^5(x^2-3x+1)'dx =$

$(x^2-3x+1)^5(x^2-3x+1) - \int \left((x^2-3x+1)^5\right)'(x^2-3x+1)dx = (x^2-3x+1)^6 -$

$-5\int (x^2-3x+1)^4(2x-3)(x^2-3x+1)dx = (x^2-3x+1)^6 - 5\int (x^2-3x+1)^5(2x-3)dx$

Deci $I = (x^2-3x+1)^6 - 5I \Rightarrow 6I = (x^2-3x+1)^6 \Rightarrow I = \dfrac{(x^2-3x+1)^6}{6} + C$

Metoda II: Schimbare de variabilă

$t = x^2-3x+1$, $dt = (x^2-3x+1)'dx = (2x-3)dx$

$I = \int (x^2-3x+1)^5(2x-3)dx = \int t^5 dt = \dfrac{t^6}{6} + C = \dfrac{(x^2-3x+1)^6}{6} + C$

7) Fie $f : I \to R$ o funcție derivabilă cu derivata continuă, $n \in N^*$

Atunci: $\int f^n(x) \cdot f'(x)dx = \dfrac{f^{n+1}(x)}{n+1} + C$

Demonstrație

Metoda I: Integrare prin părți

$I = \int f^n(x)f'(x)dx = f^n(x)f(x) - \int \left(f^n(x)\right)' f(x)dx = f^{n+1}(x) - n\int f^{n-1}(x)f'(x)f(x) =$

$= f^{n+1}(x) - n\int f^n(x)f'(x) = f^{n+1}(x) - nI$

$I = f^{n+1}(x) - nI \Rightarrow (n+1)I = f^{n+1}(x) \Rightarrow I = \dfrac{f^{n+1}(x)}{n+1} + C$

Metoda II: Schimbare de variabilă

$t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x)dx$

$I = \int f^n(x)f'(x)dx = \int t^n dt = \dfrac{t^{n+1}}{n+1} = \dfrac{f^{n+1}(x)}{n+1} + C$

8) $\int \sqrt{\sin x}\cos x dx$, $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$

Soluție

Metoda I: Integrare prin părți

$I = \int \sqrt{\sin x}\cos x dx = \int \sqrt{\sin x}(\sin x)'dx = \sqrt{\sin x}\sin x - \int (\sqrt{\sin x})'\sin x dx =$

$\sin x\sqrt{\sin x} - \int \dfrac{1}{2\sqrt{\sin x}}\cos x \sin x = \sin x\sqrt{\sin x} - \dfrac{1}{2}\int \sqrt{\sin x}\cos x = \sin x\sqrt{\sin x} - \dfrac{1}{2}I$

Deci $I + \dfrac{1}{2}I = \sin x\sqrt{\sin x} \Rightarrow \dfrac{3}{2}I = \sin x\sqrt{\sin x} \Rightarrow I = \dfrac{2}{3}\sin x\sqrt{\sin x} + C$

Metoda II: Schimbare de variabilă

$t=\sin x$, $dt=\cos x dx$

$$I=\int\sqrt{\sin x}\cos x dx=\int\sqrt{t}dt=\int t^{\frac{1}{2}}dt=\frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}=\frac{2}{3}t\sqrt{t}=\frac{2}{3}\sin x\sqrt{\sin x}+C$$

9) $\int\frac{1}{x\ln^2 x}dx$, $x\in(1,+\infty)$

Soluție

Metoda I: Integrare prin părți

$$I=\int\frac{1}{x\ln^2 x}dx=\int\frac{1}{\ln^2 x}(\ln x)'dx=\frac{1}{\ln^2 x}\ln x-\int\left(\frac{1}{\ln^2 x}\right)'\ln x dx=\frac{1}{\ln x}-$$

$$-\int\frac{-2\ln x\cdot\frac{1}{x}}{\ln^4 x}\ln x=\frac{1}{\ln x}+2\int\frac{1}{\ln^2 x}\cdot\frac{1}{x}dx=\frac{1}{\ln x}+2I$$

Avem $I-2I=\frac{1}{\ln x}\Rightarrow -I=\frac{1}{\ln x}\Rightarrow I=-\frac{1}{\ln x}+C$

Metoda II: Schimbare de variabilă

$t=\ln x$, $dt=\frac{1}{x}dx$

$$I=\int\frac{1}{x\ln^2 x}dx=\int\frac{1}{t^2}dt=\int t^{-2}dt=\frac{t^{-2+1}}{-2+1}=-\frac{1}{t}=-\frac{1}{\ln x}+C$$

10) $\int\sqrt{1-x^2}dx$, $x\in(-1,1)$

Soluție

Metoda I: Integrare prin părți

$$I=\int\sqrt{1-x^2}dx=\int x'\sqrt{1-x^2}dx=x\sqrt{1-x^2}-\int x\left(\sqrt{1-x^2}\right)'dx=x\sqrt{1-x^2}-$$

$$-\int x\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}dx=x\sqrt{1-x^2}+\int\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}dx=x\sqrt{1-x^2}-\int\frac{1-x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}dx=$$

$$x\sqrt{1-x^2}-\int\sqrt{1-x^2}dx+\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=x\sqrt{1-x^2}-I+\arcsin x$$

$$I=x\sqrt{1-x^2}-I+\arcsin x\Rightarrow 2I=x\sqrt{1-x^2}+\arcsin x$$

Deci $I=\frac{1}{2}\left(x\sqrt{1-x^2}+\arcsin x\right)+C$

Metoda II: Amplificare cu $\sqrt{1-x^2}$

$$I=\int\sqrt{1-x^2}dx=\int\frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}}dx=\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx-\int x\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin x+$$

$$+\int x\left(\sqrt{1-x^2}\right)' dx = \arcsin x + x\sqrt{1-x^2} - \int x'\sqrt{1-x^2}\,dx = \arcsin x + x\sqrt{1-x^2} - I$$

$$2I = \arcsin x + x\sqrt{1-x^2} \Rightarrow I = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x\right) + C$$

Metoda III: Schimbare de variabilă

$$x = \sin t\ ,\ t = \arcsin x\ ,\ \cos t = \sqrt{1-x^2}\ ,\ dx = \cos t dt$$

$$I = \int \sqrt{1-x^2}\,dx = \int \sqrt{1-\sin^2 t}\cos t dt = \int \sqrt{\cos^2 t}\cos t dt = \int \cos^2 t dt =$$

$$\int \frac{1+\cos 2t}{2}dt = \frac{1}{2}\left(\int dt + \int \cos 2t dt\right) = \frac{1}{2}\left(t + \frac{\sin 2t}{2}\right) = \frac{1}{2}(t + \sin t\cos t) =$$

$$\frac{1}{2}\left(\arcsin x + x\sqrt{1-x^2}\right) + C$$

Beneficiile instruirii diferențiate în predarea matematicii

Prof. Cioroiu Ioana
Colegiul „Mihail Cantacuzino'' Sinaia

O preocupare majoră a fiecărui dascăl – deschizător de drumuri – este cunoaşterea reală a individualităţii elevilor cu care lucrează, fapt care conduce la o individualizare a acţiunilor pedagogice, la o tratare diferenţiată a elevilor în funcţie de posibilităţile şi înclinaţiile lor.

Diferenţierea vizează tehnologia didactică, diferenţierea sarcinilor de muncă independentă în clasă sau acasă, stimularea iniţiativelor şi intereselor personale ale elevilor.

Diferenţierea conţinutului se realizează prin: trunchi comun, curriculum la decizia şcolii, cursuri, activităţi complementare celor din programul obligatoriu pentru toţi, cursuri diferite ca nivel pentru aceeaşi disciplină, activitate extracurriculară corelată cu cea şcolară.

Diferenţierea se realizează prin modul de organizare a activităţii şcolare, a activităţii didactice şi prin metodologia didactică aplicată. Distingem patru moduri de organizare a activităţii:

a) activitate colectivă, caracterizată prin transmiterea informaţiei de la profesor către elevi;

b) activitate pe grupe, în general omogene, constituite după un anumit criteriu;

c) activitate pe echipe, grupe eterogene, constituite după preferinţa elevilor pentru o activitate;

d) activitate individuală, independentă.

Jean Vial: « Activitatea în grup se caracterizează prin specificarea sarcinilor după motivaţiile şi capacităţile membrilor grupului, asigurarea unităţii conţinutului activităţii, coordonarea, convergenţa efortului, existenţa unui responsabil şi a unui colectiv. »

J. Deschamp a constatat că există diferenţe între elevi de aceeaşi vârstă şi capacitate intelectuală, faţă de diferite sarcini de lucru. Astfel 13 minute este media diferenţelor de timp într-o sarcină de căutare a unor cuvinte într-un dicţionar, 2 minute 1/2 pentru exerciţii uşoare de adunare, pentru rezolvarea unor probleme de aritmetică, 11 minute.

E. Planchard spune că în general "linia de conduită a profesorului este aceea de a-i frâna pe aceia care se arată prea inteligenţi, de a-i stimula pe cei care nu sunt destul de dezvoltaţi, pentru realizarea unor norme unice." Elevii diferă din punct de vedere al aptitudinilor, a ritmului de învăţare, a gradului de înţelegere a fenomenelor (unii aprofundează, alţii sunt superficiali), a capacităţii de învăţare, a rezultatelor obţinute.

Pentru diferenţierea prin metodologie este nevoie ca:

- elevii cu capacitate de învăţare scăzută să fie cuprinşi în activităţi frontale, dar trataţi individual;

- elevii cu dificultăţi accentuate ale capacităţii de învăţare să fie instruiţi în grupe, dar cu teme diferenţiate pentru activitatea independentă;

- elevii cu capacitate de învăţare mai redusă să fie incluşi în clase speciale;

Matematica, prin excelenţă este o ştiinţă a exerciţiilor şi mai ales aici elevii sunt familiarizaţi cu tehnica diferitelor tipuri, pentru variante obiective. Practic, profesorul utilizează exerciţiul la orice disciplină, dar el se limitează la setul indicat de manual? Ştiind că exerciţiile pot fi diversificate, ţinând cont de parametri discutaţi, în ce sens îşi poate manifesta creativitatea? Desigur, în cuprinderea de exerciţii pentru toate categoriile de obiective, pentru diferenţierea elevilor, pentru corelarea interdisciplinară, pentru pregătirea următoarelor lecţii.

Principiul respectării particularităţilor de vârstă şi individuale arată profesorului că, dacă respectarea celorlalte principii raportează învăţarea la obiective, conţinut, strategie, evaluare în proiectarea lor generală, acesta nu conduce la realizarea scopului,decât avand în vedere un parametru direct implicat- ELEVUL.

Astfel, organizarea activităţii diferenţiate pe grupe de elevi constituie după nivelul pregătirii sau după dezvoltarea capacităţilor intelectuale este cu atât mai necesară la matematică, cu cât la această disciplină de bază se constată cele mai frecvente rămâneri in urmă la învăţătură şi cele mai mari diferenţe între elevi, iar dificultăţile întâmpinate au cauze foarte diferite, ce nu pot fi combătute decât prin exerciţii concepute în mod adecvat.

Se impune cunoaşterea diverselor tipuri de greşeli ale elevilor de către profesor şi evidenţierea acestor greşeli pe discipline de învăţământ, pentru a putea fi corijate, înlăturate.

Munca cu fişele, separate pe grupe de nivel, cu accent pe cele de sprijinire a elevilor rămaşi în urmă, reprezintă o mare valoare practică în şcoală , deoarece pe de-o parte previne rămânerea în urmă a elevilor cu dificultăţi la învăţătură şi astfel se poate contribui la eliminarea eşecului şcolar, iar pe de altă parte, stimulează elevii dotaţi cu aptitudini deosebite la obiectul matematică, cultivându-se creativitatea şcolarilor avansaţi.

O altă problemă care se pune în organizarea unei predări diferențiate este cea a materialului didactic utilizat. Astfel, se impune pregătirea, mai ales a fișelor, în mod diferențiat, cu sarcini de lucru diferențiate, astfel încat fiecare copil să poata efectua sarcina de lucru. Tratarea diferențiată și individualizată sub aspect motivațional deschide în fața profesorului problema planificării tuturor lecțiilor în concordanță cu nevoile, atracțiile și interesele copiilor, dar fără a neglija pregătirea pentru integrarea în clasa viitoare. Activitatea diferențiată trebuie îmbinată cu o activitate de evaluare continuă.

Bibliografie

1. https://biblioteca.regielive.ro/cursuri/pedagogie/instruire-diferentiata-metode-si-procedee-305533.html
2. https://www.scribd.com/doc/138126013/Suport-de-Curs-Instruirea-Diferentiata-doc-Comprimat
3. https://iteach.ro/experientedidactice/individualizarea-si-diferentierea-modalitati-de-eficientizare-a-instruirii

Soluţia care a adus ordine în şirurile de numere

Prof. înv. primar. Guzu Dan – Adrian
Colegiul "Ion Kalinderu" Buşteni

Matematician indian contribuții substanțiale la analiza matematică, teoria numerelor, seriile infinite și fracțiunile continue.

Srinivasa Ramanujan s-a născut la 22 decembrie 1887 în India. Provine dintr-o familie săracă care nu a avut resursele materiale necesare pentru a-l trimite pe acesta la şcoală superioară. Doar cu educaţia din clasele gimnaziale şi cu o dragoste nebună pentru matematică şi tainele matematicii ajunge, prin eforturi proprii, să intre în istorie. Astăzi este recunoscut a fi fost un matematician indian care a trăit în timpul stăpânirii britanice din India Când a împlinit 15 ani, a obținut o copie a Sinopsisului rezultatelor elementare în matematica pură și aplicată a lui George Shoobridge Carr. Această colecție de mii de teoreme, multe prezentate doar cu cele mai scurte dovezi și fără materiale mai noi, i-au trezit geniul. După ce a verificat rezultatele din cartea lui Carr, Ramanujan l-a depăşit pe Carr, dezvoltându-și propriile teoreme și idei. În 1903 a obținut o bursă la Universitatea din Madras, pe care a pierdut-o în anul următor, deoarece a neglijat toate celelalte studii în favoarea matematicii.

Ramanujan şi-a continuat munca, fără a avea un serviciu stabil deci un venit sigur care să-i asigure un trai zilnic trăind astfel în cele mai sărace circumstanţe. După ce s-a căsătorit în 1909 a început o căutare a unui loc de muncă permanent, care a culminat cu un interviu cu un oficial guvernamental, pe nume Ramachandra Rao. Impresionat de priceperea matematică a lui Ramanujan, Ramachandra Rao l-a susținut în cercetările sale şi l-a ajutat să publice nişte studii la trustul Madras Port.. Deși nu avea aproape nicio pregătire formală în matematica pură, el a adus contribuții substanțiale la analiza matematică, teoria numerelor, seriile infinite și fracțiunile continue, inclusiv soluții la problemele şi exerciţiile matematice considerate lipsite de soluţie sau cu soluţii greu de aplicat. Ramanujan și-a dezvoltat inițial propria cercetare matematică în mod izolat, iar după publicaţiile din Madras Port a devein interesant pentru cei mai importanţi matematicieni ai vremii. Ceea ce dorea însă să le arate era prea necunoscut și, în plus, prezentat în moduri neobișnuite deoarece Srinivasa Ramanujan, pe fondul lipsei de instruire, nu stăpânea tehnici şi nu avea abilităţi deosebite de comunicare. Căutând disperat matematicieni care ar putea înțelege mai bine activitatea sa, în anul 1913 începe un fel de parteneriat poştal cu matematicianul englez G. Hardy de la Universitatea din Cambridge, Anglia. Recunoscând şi înţelegând munca lui Srinivasa Ramanujan ca extraordinară, Hardy i-a aranjat călătoria la Cambridge. Aici nu numai că munca sa nu este apreciată la adevărata ei valuare, din invidie anumiţi profesori de la Universitatea din Cambridge îl urăsc şi îl umilesc. Până şi scrisorile pentru şi de la familia sa, rămasă în India, vor fi ascunse şi distruse. Pierde orice contact cu India, se îmbolnăveşte şi se izolează. Stă in frig şi umezeală într-o cameră mică, fostă depozit de unelte pentru grădinărit, mulţumindu-se cu o farfurie de terci pe zi, hârtie şi instrumente de scris. Urmează o perioadă de muncă ştiinţifică grea pentru Srinivasa Ramanujan. În munca sa, Srinivasa Ramanujan a produs teoreme inovatoare, inclusiv unele despre care Hardy a spus că s-a simţit '' învins complet şi că rezultate dovedite sunt extrem de avansate''. Într-o sedinţă de consiliu care a durat aproape şase ore, G. Hardy reuşeşte să-i convingă pe colegii săi de importanţa muncii de cercetare desfaşurată în domeniul matematicii şi smulgă practic aprobarea acestora pentru a-i recunoaşte meritele, a-l accepta şi primi în cadrul corpului de matematicieni de la Universitatea din Cambridge.

În timpul scurtei sale vieți, Srinivasa Ramanujan a obţinut în mod independent aproape 3.900 de rezultate în mare parte identități și ecuații. Lucrările sale erau scrise şi explicate în limba sa maternă Rezultatele sale originale și extrem de neconvenționale, cum ar fi primul Ramanujan, funcția Theta Ramanujan, formulele de partiție și funcțiile de theta, au deschis domenii de lucru cu totul noi și au inspirat o sumă vastă de cercetări ulterioare. Aproape toate afirmațiile sale au fost ulterior dovedite corecte. După moartea sa, s-a publicat o lucrare ştiinţifică cu numele Jurnalul Ramanujan, lucrare care conţine studiile sale şi un rezumat revizuit al caietelor sale care conţin varii analize şi idei matematice noi. Postmortem, a devenit unul dintre cei mai tineri membri ai Societății Regale și primul indian care a fost ales Fellow of Trinity College, al Universităţii Cambridge. G.Hardy îl compara pe Ramanujan cu genii ale matematici precum Euler și Jacobi.

În 1919, starea precară de sănătate a impus revenirea lui Ramanujan în India, unde a murit în 1920, la 32 de ani. Ultimele sale scrisori către Hardy, scrise în Ianuarie 1920, arată că el continua să producă noi idei și teoreme matematice. „Caietul său pierdut", care conține descoperiri din ultimul an al vieții sale, a provocat o mare emoție în rândul matematicienilor când a fost redescoperit în 1976.

Un hindus profund religios, Srinivasa Ramanujan a afirmat că mulţumeşte divimităţii şi zeiţei familiei sale pentru ceea ce a reuşit în domeniul matematicii. „O ecuație pentru mine nu are niciun sens", a spus el odată, „dacă nu exprimă un gând al lui Dumnezeu".

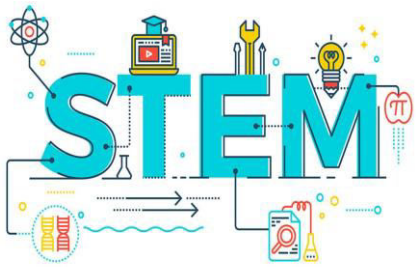
Bibliografie:

- Encyclopedia Britannica
- Revista Wolfram MathWorld

Strategii de aplicare a educația STEM în ciclul primar

Prof. înv. primar Guzu Liliana - Camelia
Colegiul „Mihail Cantacuzino'' Sinaia
Şcoala Gimnazială „ George Enescu" -Structură

STEM (The Science, Technology, Engineering, and Mathematics) este un curriculum bazat pe ideea educării elevilor în patru discipline specifice – știință, tehnologie, inginerie și matematică – într-o abordare interdisciplinară și aplicată. Decât să predea cele patru discipline ca subiecte separate, STEM le integrează într-o paradigmă de învățare bazată pe aplicații din lumea reală.



Ceea ce separă STEM de educația tradițională a științei și a matematicii este mediul de învățare mixt. Acest tip de educație le indică elevilor cum poate fi aplicată metoda științifică în viața de zi cu zi.

Întotdeauna mi-a plăcut să descopăr cele mai interesante metode să le predau elevilor mei, să le trezesc interesul pentru învățare, pentru a veni cu drag a doua zi la școală, iar pentru aceasta mereu am citit, am participat la multe cursuri de formare pe platforme educaționale cum ar eTwinning, unde am descoperit informații minunate.

Abordarea STEM integrează toate domeniile implicate într-o paradigmă de învățare coerentă bazată pe aplicații desprinse din realitate. Prin urmare, conceptele de bază în această abordare sunt interdisciplinaritate și aplicare în contexte diferite. Iată, deci, primele argumente în favoarea STEM. Elevii din zilele noastre sunt mult mai motivați dacă subiectele sunt predate din perspective diverse și dacă sunt bazate pe fapte din viața de zi cu zi. „Cel mai puternic argument pentru interdisciplinaritate este chiar faptul că viaţa nu este împărţită pe discipline", spunea Jean Moffet.

Abordarea metodologiei STEM în învățământul primar este o provocare, o evadare din tiparele curriculumului românesc, integrând pe lângă matematica și științe cele două discipline noi inginerie și informatica. Abordarea STEM o consider o metodă care va uşura înțelegerea cunoștințelor și conceptelor predate teoretic, o modalitate de însușire temeinică pornind de la investigarea realității.

Fundamentele curriculumului integrat STEM

1. Curriculumul trebuie să se bazeze pe utilizarea unor practici pedagogice solide, activ-participative şi centrate pe elev, şi care să vizeze:

– rezolvarea provocărilor din lumea reală, prin cercetare şi elaborare de proiecte;

– contexte care să permită formularea şi rezolvarea de probleme de tip deschis (non-standard).

2. Curriculumul nu trebuie „rupt“ de abordarea disciplinară, trebuind să se raporteze la standardele curriculare ale fiecărui domeniu conex STEM (standarde naţionale).

3. Curriculumul trebuie să fie rezultatul asamblării optime a conceptelor, proceselor și abordărilor din tehnologie și inginerie, care abordează standardele/conținutul educațional corespunzător nivelului fiecărei discipline individuale, diminuând orgoliile disciplinare şi potenţând utilitatea integratoare a cunoaşterii.

4. Curriculum trebuie dezvoltat de experți care reprezintă o gamă largă de discipline, incluzând atât mediul universitar, cât şi reprezentanţi din zona pieţei muncii, obligatoriu, finisajele unui astfel de curriculum rezultat drept cumul de expertiză din aceste varii domenii trebuie realizate de echipă de experţi în abordări interdisciplinare.

În acest context, este necesară o reevaluare a valorilor din sistemul de educație românesc, prin încurajarea curiozității naturale a omului față de cunoaștere și dezvoltarea motivației intrinseci. Astfel, pentru a alege și chiar a excela în domenii precum Ingineria sau Matematica, elevii ar trebui susținuți pe toată durata parcursului educațional prin instrumente de învățare adaptate profilului lor. Și asta încă din primii ani de școală.

Se vorbește adesea despre importanța jocului în învățare și despre îmbinarea ludicului cu educația pentru a încuraja o atitudine pozitivă a copiilor în raport cu școala. „Jocul își găsește locul în orice lecție. Elementele de joc se află presărate și îmbinate printre elementele de învățare pentru a face învățarea mai plăcută și a elimina oboseala. De multe ori elevii mei constată cu regret cât de repede trec orele de curs când activitățile de învățare conțin elemente ludice, care sunt preferatele lor”, a declarat Iuliana Drăgan, specialist Intuitext în educație și profesor pentru învățământul primar.

Bibliografie

- www.scientix.eu/resources
- www.fondation-lamap.org/node/172
- http://www.livescience.com/43296-what-is-stem-education.html
- https://www.ed.gov/stem

Inegalități logaritmice

Prof. Doinaru Mihaiela
Colegiul „Mihail Cantacuzino'' Sinaia

Voi prezenta câteva inegalitãti logaritmice folosind **metoda „spargerii".**

Metoda se bazează pe ideea de a demonstra o inegalitate „ pe bucăți". Mai exact spus, aceasta înseamnă „spargerea „ inegalității date în inegalități mai mici din care inegalitatea dată să se obțină prin sumare sau multiplicare.

Se folosesc următoarele inegalități:

$A \leq B \text{ si } C \leq D \Rightarrow A + C \leq B + D, \quad \forall A, B, C, D \in \mathbb{R}$

$A \leq B \text{ si } C \leq D \Rightarrow AC \leq BD, \quad \forall A, B, C, D > 0$

Fiecare dintre inegalitățile din concluzie se verifică cu egal dacă și numai dacă ambele inegalități din ipoteza se verifică cu egal. Evident, se pot suma sau multiplica și mai mult de două inegalități. De fiecare dată inegalitatea din concluzie , va fi verificată cu egal când toate inegalitățile din ipoteză vor fi verificate cu egal.

<u>Exemple</u>

1. Să se arate că $\forall a, b \in (1, \infty)$ are loc inegalitatea:

$$\log_a \frac{a+b}{2} + \log_b \frac{a+b}{2} \geq 2.$$

Soluție

Conform inegalității mediilor avem: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Logaritmând avem :

$\log_a \frac{a+b}{2} \geq \log_a \sqrt{ab}$ și respectiv: $\log_b \frac{a+b}{2} \geq \log_b \sqrt{ab}$. Prin sumare obținem:

$$\log_a \frac{a+b}{2} + \log_a \frac{a+b}{2} \geq \log_a \sqrt{ab} + \log_b \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(2 + \log_a b + \log_b a) \geq 2.$$

2. Să se arate că $\forall a, b \in (1, \infty)$ are loc inegalitatea:

$$\log_a \frac{a+b}{2} \cdot \log_b \frac{a+b}{2} \geq 1.$$

Soluție

Conform inegalitatii mediilor avem: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Logaritmând avem:

$\log_a \frac{a+b}{2} \geq \log_a \sqrt{ab}$ și respectiv: $\log_b \frac{a+b}{2} \geq \log_b \sqrt{ab}$. Prin înmulțire obținem:

$$\log_a \frac{a+b}{2} \cdot \log_a \frac{a+b}{2} \geq (\log_a \sqrt{ab})(\log_b \sqrt{ab}) = \frac{1}{4}(2 + \log_a b + \log_b a) \geq 1.$$

3. Dacă $a, b \in (0, 1)$ atunci: $\log_a \frac{2ab}{a+b} + \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq 2$

Soluție

Conform inegalității mediilor avem: $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$. Prin logaritmare și sumare se obține : $\log_a \frac{2ab}{a+b} + \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq \log_a \sqrt{ab} + \log_b \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(2 + \log_a b + \log_b a) \geq 2$ (Se ține seamă de faptul că $\log_a b > 0$, $\log_b a > 0$ și respectiv $x + \frac{1}{x} \geq 2, (\forall) x > 0$)

4. Dacă $a, b \in (0,1)$ atunci: $\log_a \frac{2ab}{a+b} \cdot \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq 1$

Soluție

Conform inegalității mediilor avem: $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$. Prin logaritmare și înmulțire se obține: $\log_a \frac{2ab}{a+b} \cdot \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq \log_a \sqrt{ab} \cdot \log_b \sqrt{ab} = \frac{1}{4}(2 + \log_a b + \log_b a) \geq 1$ (se ține seamă de faptul că $\log_a b > 0$, $\log_b a > 0$ și respectiv $x + \frac{1}{x} \geq 2, (\forall) x > 0$)

5. Să se arate că dacă $a, b, c \in (0,1)$, atunci:

a) $\log_a \frac{3abc}{ab+bc+ca} + \log_b \frac{3abc}{ab+bc+ca} + \log_c \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq 3$

b) $\log_a \frac{3abc}{ab+bc+ca} \cdot \log_b \frac{3abc}{ab+bc+ca} \cdot \log_c \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq 1$

c) $\log_a \frac{3bc}{ab+ac+bc} + \log_b \frac{3ac}{ab+bc+ca} + \log_c \frac{3ab}{ab+bc+ca} \geq 0$

Soluție

a) Conform inegalității mediilor avem : $\frac{3abc}{ab+bc+ca} \leq \sqrt[3]{abc}$, de unde prin logaritmare se obțin inegalitățile: $\log_a \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq \log_a \sqrt[3]{abc}$

$$\log_b \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq \log_b \sqrt[3]{abc}$$

$$\log_c \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq \log_c \sqrt[3]{abc}$$

Prin sumare avem:

$$\log_a \frac{3abc}{ab+bc+ca} + \log_b \frac{3abc}{ab+bc+ca} + \log_c \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq \log_a \sqrt[3]{abc} + \log_b \sqrt[3]{abc} + \log_c \sqrt[3]{abc} =$$
$$\frac{1}{3}(\log_a b + \log_b a + \log_a c + \log_c a + \log_b c + \log_c b + 3) \geq \frac{1}{3} \cdot 9 = 3$$

b) Conform inegalității mediilor avem : $\frac{3abc}{ab+bc+ca} \leq \sqrt[3]{abc}$, de unde prin logaritmare se obțin inegalitățile: $\log_a \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq \log_a \sqrt[3]{abc}$

$$\log_b \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq \log_b \sqrt[3]{abc}$$

$$\log_c \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq \log_c \sqrt[3]{abc}$$

Prin înmulțire se obține:

$$\log_a \frac{3abc}{ab+bc+ca} \cdot \log_b \frac{3abc}{ab+bc+ca} \cdot \log_c \frac{3abc}{ab+bc+ca} \geq \log_a \sqrt[3]{abc} \cdot \log_b \sqrt[3]{abc} \cdot \log_c \sqrt[3]{abc} =$$
$$\frac{1}{27}(1+\log_a b+\log_a c)(1+\log_b a+\log_b c)(1+\log_c a+\log_c b) \geq$$

$$\frac{27}{27}\sqrt[3]{(1\cdot\log_a b\cdot\log_a c)(1\cdot\log_b a\cdot\log_b c)(1\cdot\log_c a\cdot\log_c b)} = 1$$

c) Conform inegalății mediilor avem: $\frac{3bc}{ab+bc+ca} \leq \sqrt[3]{\frac{bc}{a^2}}$, de unde prin logaritmare și sumare se obține:

$$\log_a \frac{3bc}{ab+bc+ca} + \log_b \frac{3ac}{ab+bc+ca} + \log_c \frac{3ab}{ab+bc+ca} \geq \log_a \sqrt[3]{\frac{bc}{a^2}} + \log_b \sqrt[3]{\frac{ac}{b^2}} + \log_c \sqrt[3]{\frac{ab}{c^2}} =$$
$$\frac{1}{3}(\log_a b+\log_b a+\log_a c+\log_c a+\log_b c+\log_c b-6) \geq 0$$

6. Să se arate că dacă $a, b, c \in (1, \infty)$ atunci au loc inegalitățile:

a) $\log_a \frac{a+b+c}{3} + \log_b \frac{a+b+c}{3} + \log_c \frac{a+b+c}{3} \geq 3$

b) $\log_a \frac{a^2+b^2+c^2}{3} + \log_b \frac{a^2+b^2+c^2}{3} + \log_c \frac{a^2+b^2+c^2}{3} \geq 6$

Soluție

a) Conform inegalității mediilor avem : $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ de unde prin logaritmare și sumare se obține:
$$\log_a \frac{a+b+c}{3} + \log_b \frac{a+b+c}{3} + \log_c \frac{a+b+c}{3} \geq \log_a \sqrt[3]{abc} + \log_b \sqrt[3]{abc} + \log_c \sqrt[3]{abc} =$$
$$\frac{1}{3}(\log_a b+\log_b a+\log_a c+\log_c a+\log_b c+\log_c b+3) \geq \frac{1}{3}\cdot 9 = 3$$

b) Conform inegalității mediilor avem : $\frac{a^2+b^2+c^2}{3} \geq \sqrt[3]{a^2b^2c^2}$ de unde prin sumare și logaritmare se obține:
$$\log_a \frac{a^2+b^2+c^2}{3} + \log_b \frac{a^2+b^2+c^2}{3} + \log_c \frac{a^2+b^2+c^2}{3} \geq \frac{1}{3}(\log_a b+\log_b a+\log_a c+$$
$$\log_c a+\log_b c+\log_c b+3) \geq \frac{2}{3}\cdot 9 = 6$$

7. Să se arate că dacă $a, b, c \in (1, \infty)$, atunci au loc inegalitatile:

a) $\log_a\left(\frac{b^2}{ac} - b + ac\right) + \log_b\left(\frac{c^2}{ab} - c + ab\right) + \log_c\left(\frac{a^2}{bc} - a + bc\right) \geq 3$

b) $\log_a\left(\frac{b^2}{ac} - b + ac\right)\log_b\left(\frac{c^2}{ab} - c + ab\right)\log_c\left(\frac{a^2}{bc} - a + bc\right) \geq 1$

Soluție

a) Conform inegalitatilor mediilor avem : $\frac{b^2}{ac} - b + ac \geq 2\sqrt{\frac{b^2}{ac} \cdot ac} - b = b$;

$\frac{c^2}{ab} - c + ab \geq 2\sqrt{\frac{c^2}{ab} \cdot ab} - c = c$ și $\frac{a^2}{bc} - a + bc \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{bc} \cdot bc} - a = a.$

Prin logaritmare și sumare se obține:

$\log_a\left(\frac{b^2}{ac} - b + ac\right) + \log_b\left(\frac{c^2}{ab} - c + ab\right) + \log_c\left(\frac{a^2}{bc} - a + bc\right) \geq \log_a b + \log_b c +$
$\log_c a \geq 3\sqrt[3]{\log_a b \log_b c \log_c a}$
=3

b) Ca la a) se obține :

$\log_a\left(\frac{b^2}{ac} - b + ac\right) \cdot \log_b\left(\frac{c^2}{ab} - c + ab\right) \cdot \log_c\left(\frac{a^2}{bc} - a + bc\right) \geq$
$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$

8. Să se arate că dacă $a, b, c \in (1, \infty)$ atunci:

$$\left(\frac{1}{2} + \log_{bc} a\right)\left(\frac{1}{2} + \log_{ac} b\right)\left(\frac{1}{2} + \log_{ab} c\right) \geq 1$$

Soluție

$\left(\frac{1}{2} + \log_{bc} a\right)\left(\frac{1}{2} + \log_{ac} b\right)\left(\frac{1}{2} + \log_{ab} c\right) = \frac{2\ln a + \ln b + \ln c}{2(\ln b + \ln c)} \cdot \frac{2\ln b + \ln a + \ln c}{2(\ln a + \ln c)} \cdot \frac{2\ln c + \ln a + \ln b}{2(\ln a + \ln b)} =$
$\frac{(2\ln a + \ln b + \ln c)(2\ln b + \ln a + \ln c)(2\ln c + \ln a + \ln b)}{8(\ln a + \ln b)(\ln b + \ln c)(\ln c + \ln a)}$

Notăm: $\ln a = x > 0$, $\ln b = y > 0$, $\ln c = z > 0$. Folosind inegalitatea mediilor rezultă:

$2x + y + z = (x + y) + (x + z) \geq 2\sqrt{(x + y)(x + z)} \Leftrightarrow \frac{2x + y + z}{2\sqrt{(x+y)(x+z)}} \geq 1$

Analog : $\frac{2y + x + z}{2\sqrt{(x+y)(y+z)}} \geq 1$ și $\frac{2z + y + x}{2\sqrt{(z+x)(z+y)}} \geq 1$ de unde prin înmulțire rezultă concluzia.

9. Să se arate că $\forall a, b \in (1, \infty)$ are loc inegalitatea:

$$\log_a \frac{a^2 + b^2}{a + b} + \log_b \frac{a^2 + b^2}{a + b} \geq 2.$$

Soluție

Avem $\frac{a^2 + b^2}{a + b} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a^4 + 2a^2b^2 + b^4 \geq a^3b + 2a^2b^2 + ab^3 \Leftrightarrow$

$(a - b)^2(a^2 + ab + b^2) \geq 0$, de unde prin logaritmare se obține: $\log_a \frac{a^2 + b^2}{a + b} \geq \log_a \sqrt{ab}$ și

$\log_b \frac{a^2 + b^2}{a + b} \geq \log_b \sqrt{ab}$. Prin sumare rezultă concluzia.

10. Să se arate că $\forall a, b \in (1, \infty)$ are loc inegalitatea:

$$\log_a \frac{a^2 + b^2}{a + b} \cdot \log_b \frac{a^2 + b^2}{a + b} \geq 1.$$

Soluție

Avem:

$\frac{a^2+b^2}{a+b} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a^4 + 2a^2b^2 + b^4 \geq a^3b + 2a^2b^2 + ab^3 \Leftrightarrow (a-b)^2(a^2+ab+b^2) \geq 0,$

de unde prin logaritmare se obtine :

$\log_a \frac{a^2+b^2}{a+b} \geq \log_a \sqrt{ab}$ si $\log_b \frac{a^2+b^2}{a+b} \geq \log_b \sqrt{ab}$. Prin înmulțire rezultă:

$\log_a \frac{a^2+b^2}{a+b} \cdot \log_b \frac{a^2+b^2}{a+b} \geq (\log_a \sqrt{ab})(\log_b \sqrt{ab}) = \frac{1}{4}(2 + \log_a b + \log_b a) \geq 1.$

11. Fie m,n $\in \mathbb{N}^*, n > m$.

Să se arate că : a) $\log_a \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} + \log_b \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq 2(n-m),\ \forall a,b \in (1,\infty)$

b) $\log_a \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \cdot \log_b \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq (n-m)^2,\ \forall a,b \in (1,\infty)$.

Soluție .

a) Avem : $\frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq (ab)^{\frac{n-m}{2}}$. Pentru a demonstra aceasta inegalitate notăm:

$\sqrt{a} = x \geq 1$ și $\sqrt{b} = y \geq 1$ și inegalitatea de demonstrat devine:

$\frac{x^{2n}+y^{2n}}{x^{2m}+y^{2m}} \geq (xy)^{n-m} \Leftrightarrow x^{2n} + y^{2n} \geq x^{n+m}y^{n-m} + y^{n+m}x^{n-m} \Leftrightarrow x^{n+m}(x^{n-m} - y^{n-m}) - y^{n+m}(x^{n-m} - y^{n-m}) \geq 0 \Leftrightarrow (x^{n-m} - y^{n-m})(x^{n+m} - y^{n+m}) \geq 0$

ceea ce este adevărat.

Prin logaritmarea inegalității : $\frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq (ab)^{\frac{n-m}{2}}$ în baza a ,respectiv în baza b se obțin inegalitățile:

$\log_a \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq \log_a (ab)^{\frac{n-m}{2}}$ și $\log_b \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq \log_b (ab)^{\frac{n-m}{2}}$ de unde prin sumare se obține :

$\log_a \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} + \log_b \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq \frac{n-m}{2}(2 + \log_a b + \log_b a) \geq 2(n-m).$

b) Din inegalitățile: $\log_a \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq \log_a (ab)^{\frac{n-m}{2}}$ și $\log_b \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq \log_b (ab)^{\frac{n-m}{2}}$

prin înmulțire se obține inegalitatea:

$\left(\log_a \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m}\right)\left(\log_b \frac{a^n+b^n}{a^m+b^m}\right) \geq \log_a (ab)^{\frac{n-m}{2}} \cdot \log_b (ab)^{\frac{n-m}{2}} =$

$\left(\frac{n-m}{2}\right)^2 (\log_a ab)(\log_b ab) = \left(\frac{n-m}{2}\right)^2 (2 + \log_a b + \log_b a) \geq (n-m)^2$

12. Să se arate că $\forall a,b,c \in (1,\infty)$ au loc inegalitățile:

a) $\log_a \frac{b^2+c^2}{b+c} + \log_b \frac{a^2+c^2}{a+c} + \log_c \frac{a^2+b^2}{a+b} \geq 3$

b) $\log_a \frac{b^4+c^4}{b+c} + \log_b \frac{a^4+c^4}{a+c} + \log_c \frac{a^4+b^4}{a+b} \geq 9$

c) $\log_a \frac{b^n+c^n}{b^m+c^m} + \log_b \frac{a^n+c^n}{a^m+c^m} + \log_c \frac{a^n+b^n}{a^m+m^m} \geq 3(n-m)$, n>m

Soluție

a) Avem : $\frac{b^2+c^2}{b+c} \geq \sqrt{bc}, \frac{a^2+c^2}{a+c} \geq \sqrt{ac}, \frac{a^2+b^2}{a+b} \geq \sqrt{ab}$, de unde prin logaritmare se obține:

$\log_a \frac{b^2+c^2}{b+c} + \log_b \frac{a^2+c^2}{a+c} + \log_c \frac{a^2+b^2}{a+b} \geq \log_a \sqrt{bc} + \log_b \sqrt{ac} + \log_c \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + \log_c a + \log_c b) \geq \frac{1}{2} \cdot 6$
$=3$

b) $\frac{b^4+c^4}{b+c} \geq (bc)^{\frac{3}{2}}, \frac{a^4+c^4}{a+c} \geq (ac)^{\frac{3}{2}}, \frac{a^4+b^4}{a+b} \geq (ab)^{\frac{3}{2}}$ de unde prin logaritmare se obține:

$$\log_a \frac{b^4+c^4}{b+c} + \log_b \frac{a^4+c^4}{a+c} + \log_c \frac{a^4+b^4}{a+b} \geq \log_a (bc)^{\frac{3}{2}} + \log_b (ac)^{\frac{3}{2}} + \log_c (ab)^{\frac{3}{2}} =$$

$\frac{3}{2}(\log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + \log_c a + \log_c b) \geq \frac{3}{2} \cdot 6=9.$

c) Avem inegalitățile :

$\frac{a^n+b^n}{a^m+b^m} \geq (ab)^{\frac{n-m}{2}}, \quad \frac{b^n+c^n}{b^m+c^m} \geq (bc)^{\frac{n-m}{2}}, \quad \frac{a^n+c^n}{a^m+c^m} \geq (ac)^{\frac{n-m}{2}}$, de unde prin logaritmare:

$\log_a \frac{b^n+c^n}{b^m+c^m} + \log_b \frac{a^n+c^n}{a^m+c^m} + \log_c \frac{a^n+b^n}{a^m+m^m} \geq \log_a (bc)^{\frac{n-m}{2}} + \log_b (ac)^{\frac{n-m}{2}} + \log_c (ab)^{\frac{n-m}{2}} = \frac{n-m}{2}(\log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + \log_c a + \log_c b) \geq$

$\frac{n-m}{2} \cdot 6=3(n-m).$

13. Să se arate că dacă $a, b, c \in (4, \infty)$, atunci :

$$\mathbf{\log_{ab}(a+b) + \log_{bc}(b+c) + \log_{ac}(a+c) - \frac{9}{\log_2 a^2b^2c^2} \geq \frac{3}{2}}.$$

Solutie

Avem $a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \log_{ab}(a+b) \geq \log_{ab} 2\sqrt{ab} = \frac{1}{2} + \log_{ab} 2 = \frac{1}{2} + + \frac{1}{\log_2 a + \log_2 b}$

Analog : $b + c \geq 2\sqrt{bc} \Leftrightarrow \log_{bc}(b+c) \geq \log_{bc} 2\sqrt{bc} = \frac{1}{2} + \log_{bc} 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{\log_2 b + \log_2 c}$

$a + c \geq 2\sqrt{ac} \Leftrightarrow \log_{ac}(a+c) \geq \log_{ac} 2\sqrt{ac} = \frac{1}{2} + \log_{ac} 2 = \frac{1}{2} + + \frac{1}{\log_2 a + \log_2 c}$

de unde se obtine:

$\log_{ab}(a+b) + \log_{bc}(b+c) + \log_{ac}(a+c) - \frac{9}{\log_2 a^2b^2c^2} = \frac{1}{2} + + \frac{1}{\log_2 a + \log_2 b} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\log_2 b + \log_2 c} + \frac{1}{2} + \frac{1}{\log_2 a + \log_2 c} - \frac{9}{\log_2 a + \log_2 b + \log_2 a + \log_2 c + \log_2 b + \log_2 c}$

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{\log_2 a + \log_2 b} + \frac{1}{\log_2 b + \log_2 c} + \frac{1}{\log_2 a + \log_2 c} - \frac{9}{\log_2 a + \log_2 b + \log_2 a + \log_2 c + \log_2 b + \log_2 c}$$

Notăm: $x = \log_2 a + \log_2 b, \; y = \log_2 b + \log_2 c, \; z = \log_2 a + \log_2 c$

și avem de demonstrat : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-\frac{9}{x+y+z}\geq 0 \Leftrightarrow (x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\geq 9$,

inegalitate evident adevărată .

14. Să se arate că dacă $a,b,c\in(0,1)$ sau $a,b,c\in(1,\infty)$ atunci :

$$(ab)^{\sqrt{\log_a c\cdot\log_b c}}+(ac)^{\sqrt{\log_a b\cdot\log_c b}}+(bc)^{\sqrt{\log_b a\cdot\log_c a}}\geq a^2+b^2+c^2$$

Solutie .

Avem :

$(ab)^{\sqrt{\log_a c\cdot\log_b c}}\geq c^2 \Leftrightarrow \log_c (ab)^{\sqrt{\log_a c\cdot\log_b c}}\geq \log_c c^2 \Leftrightarrow \sqrt{\log_a c\cdot\log_b c}\log_c(ab)\geq 2$

$\Leftrightarrow \frac{\log_c a+\log_c b}{\sqrt{\log_c a\cdot\log_c b}}\geq 2 \Leftrightarrow \log_c a+\log_c b\geq 2\sqrt{\log_c a\cdot\log_c b}$ adevărat

Analog: $(ac)^{\sqrt{\log_a b\cdot\log_c b}}\geq b^2$ si $(bc)^{\sqrt{\log_b a\cdot\log_c a}}\geq a^2$, de unde prin sumare se obține $(ab)^{\sqrt{\log_a c\cdot\log_b c}}+(ac)^{\sqrt{\log_a b\cdot\log_c b}}+(bc)^{\sqrt{\log_b a\cdot\log_c a}}\geq a^2+b^2+c^2$

15. Să se arate că dacă $a,b\in(0,1)$ atunci :

$$\log_a\frac{(a^2+1)(b^2+1)}{4}+\log_b\frac{a^2+b^2}{2b^2}\leq \log_a b+\log_b a$$

Soluție

Avem: $\frac{a^2+1}{2}\geq a$, $\frac{b^2+1}{2}\geq b$ de unde se obține:

$\frac{(a^2+1)(b^2+1)}{4}\geq ab \Leftrightarrow \log_a\frac{(a^2+1)(b^2+1)}{4}\leq \log_a ab \Leftrightarrow \log_a\frac{(a^2+1)(b^2+1)}{4}\leq 1+\log_a b$

$\frac{a^2+b^2}{2b^2}=\frac{1+\left(\frac{a}{b}\right)^2}{2}\geq\frac{a}{b}$ de unde prin logaritmare se obține: $\log_b\frac{a^2+b^2}{2b^2}\leq \log_b a-1$

Deci $\log_a\frac{(a^2+1)(b^2+1)}{4}+\log_b\frac{a^2+b^2}{2b^2}\leq 1+\log_a b+\log_b a-1=\log_a b+\log_b a$

de unde prin sumare rezultă concluzia.

Bibliografie

- Mihai Onucu Drimbe, Inegalități, idei și metode, Editura Gill, 2003
- Gheorghe Andrei, Exponențiale și logaritmi, Editura Gill, 2006
- Radu Gologan (coordonator), Olimpiade și concursuri scolare, 2012

Jocul didactic – metodă eficientă pentru învăţarea matematicii la ciclul primar

Prof. înv. primar Ghiţă Cristina
Colegiul „Mihail Cantacuzino'' Sinaia
Şcoala Gimnazială „ George Enescu” -Structură

La vârsta şcolară mică elevii iau cunoştinţă cu unele tehnici elementare ale învăţării intelectuale. Interesul lor pentru studiu se găseşte într-o fază incipientă.

Prezentarea conţinutului matamatic cât mai clar, atrăgător, variat şi la nivelul posibilităţilor de înţelegere al micilor şcolari, stimulează interesul pentru această disciplină, plăcerea de a căuta şi satisfacţia de a descoperii lucruri noi.

În ierarhia metodelor activ-participative din învăţământul primar, jocul didactic îşi găseşte locul cu maximă eficienţă. La vârsta şcolară, jocul este de fapt un mijloc de învăţare. Datorită conţinutului şi modului de organizare, jocurile didactice sunt mijloace eficiente de activizare a întregii clase, contribuind la formarea şi dezvoltarea deprinderilor practice elementare. Scopul jocului este acela de a-l înarma pe elev cu un aparat de gândire logică, suplă, polivalentă, care să-i permită să se orienteze în problemele realităţii înconjurătoare, să exprime judecăţi şi raţionamente variate într-un limbaj simplu. Această formă de activitate oferă un cadru prielnic pentru învăţarea activă, participativă, stimulând iniţiativa şi creativitatea elevilor. Cu cât jocul este mai bine structurat, elevul acordă o implicare mai mare în desfăşurarea lui. Obişnuiesc să utilizez jocul dodactic în oricare moment al lecţiilor de matematică şi la fiecare capitol, fapt care a determinat elevii să îndrăgească şi să înţeleagă mult mai uşur cunoştinţele dobândite, antrenându-se involuntar într-o adevărată competiţie. În continuare doresc să prezint câteva dintre cele mai eficiente jocuri utilizate la clasă.

„Ştafeta întrebărilor” s-a dovedit o gimnastică a minţii. Fiecare elev primeşte câte un bileţel pe care este scrisă o cerinţă . Spre rezolvare elevul trebuie să emită o judecată logică şi un răspuns simplu. Primul elev citeşte sarcina de pe biletul primit şi numeşte un coleg să răspundă. Acesta dă răspunsul la întrebare şi adresează întrebarea scrisă pe biletul lui către un alt coleg. Cel care nu ştie să răspundă la o întrebare va fi penalizat sau eliminat din joc. Jocul s-a dovedit deosebit de antrenant, reuşind să se reactualizeze un volum mare de cunoştinţe dobândite. În acelaşi scop am utilizat,,**Rebusul matematic**”, de cele mai multe ori ca activitate individuală, dându-mi posibilitatea să constat nivelul de cunoştinţe în general referitoare la însuşirea terminologiei matematice.

,,**Cine socoteşte mai repede**”- jocul urmăreşte consolidarea deprinderilor de calcul rapid, folosind proprietăţile operaţiilor: a)1+2+3+4+5+6+7+8+9=;

b)10+20+30+40+50+60+70+80+90=; c)25+30+20+25=…etc.

Folosind asociativitatea adunării se grupează termenii pentru efectuarea rapidă a calculelor.

,,**Campionu**l”-se desfăşoară sub formă de concurs având ca scop consilidarea deprinderilor de calcul corect şi rapid. Clasa se împarte în trei grupe. Jocul se poate desfăşura pe fişă care circulă de la un elev la altul sau se desenează pe tablă trei scări cu calcule de acelaşi nivel de dificultate. Fiecare echipă deleagă un număr de elevi egal cu numărul de trepte, creta circulă de la un elev la altul (gen ştafetă), fiecare elev urcând o treaptă şi rezolvâin în ordine câte un exerciţiu.

Dintre jocurile care vizează şirul numerelor naturale pot fi enumerate: ,***Ce numere lipsesc, Caută vecinii, Numără mai departe, Ghiceşte numărul, Descoperă regula şi completează şirul.*** ,,**Care număr se ascunde**”-se dau un şir de numere formate din aceleaşi cifre printre care se ascunde un număr format din alte cifre. Ex:726, 276, 762, 147, 267, 672.

Jocul verifică capacitatea de analiză şi observaţia elevilor.

Pentru consolidarea cunoştinţelor referitoare la înmulţirea şi împărţirea numerelor 0-100 am utilizat jocuri de forma:

,,**Şiragul de mărgele**”-se dă un şirag de biluţe pe fiecare fiind scris un număr, sarcina didactică este să coloreze mărgelele cu numere mai mari de 3 ori decât:2,4 .6, 8, 10.

,,**Colierul**”- dintr-un şir de numere date să coloreze cu roşu mărgelele cu numere mai mici decât 48 care se împart exact la 7,şi cu galben cele mai mari decât20 care se împart exact la 4, sarcinile putând fi modificate după cerinţă.

,,**Tratamentul**”- Un blonav ia medicamente. Prima pastilă o ia la ora 8 dimineaţa, apoi din 4 în 4 ore, până a doua zi la ora 16. Traseul este marcat pe fişă prin pătrate şi cerculeţe. Sarcina de lucru este să precizeze în pătrate orele la care ia medicamentele şi în cerculeţe numărul de ore care trec. Apoi să coloreze pătratele spre a scoate în evidenţă orele la care ia tratamentul.

,,**Petale colorate**”- Se dau spre rezolvare exerciţii cu două operaţii(adunare şi scădere, înmulţire şi împărţire). Alături este desenată o floare cu tot atâtea petale câte rezultate trebuie obţinute.Pe fiecare petală este precizată culoarea şi un rezultat. Elevii efectuiază calculele apoi colorează petalele după cerinţă.

,,**Baloanele şi înmulţirea**”- Clasa se împarte în trei grupe. Fiecare grupă va primi o fişă cu baloanele desenate, pe fiecare balon fiind scrisă o operaţie de înmulţire. Fiecare elev din grupă va efectua câte un calcul şi fişa trece la celălalt elev. Câştigă grupa care termină prima toate calculele fără greşeli. Jocul se poate utiliza şi la împărţire.

„**Haideţi la întrecere**”-Se dau un şir de exerciţii simple de înmulţire şi împărţire rezolvate în care s-au strecurat şi rezultate greşite. Fiecărui rezultat îi corespunde o literă dată. Elevii vor încercui numai literele ce corespund operaţiilor efectuate corect şi vor obţine o urare.Cine descoperă primul cuvântul ascuns va fi recompensat.

Pentru dezvoltarea flexibilităţii gândirii exemplific jocurile:

„**Caută soluţiile**”- Jocul se poate desfăşura începând cu clasa întâi la compunerea şi descompunerea numerelor: ?+?=10; ?-?=5 etc.

„**Vârstele**”- Bunicul are 60 ani. Bunica cu 8 mai puţin. Mama jumătate din vârsta bunicului. Unchiul de 5 ori mai mult decât diferenţă dintre vârstele bunicilor. Tata cu 3 ani mai mult decât mama. Dan de 6 ori mai puţin decât mama. Andrei de 3 ori mai mult decât Dan. Ana este soră geamănă cu Dan. Câţi ani are fiecare?

În evaluarea cunoştinţelor, jocul „**Cel mai bun pilot**” s-a dovedit deosedit de eficient, elevii antrenându-se în concurs pentru a câştiga titlul de <u>pilot cosmonaut</u>.
Fiecare elev primeşte o fişă pe care este desenată o rachetă cu patru sau cinci trepte,
în funcţie de câte itemuri verificăm şi de timpul alocat probei de evaluare.
Pe fiecare treaptă am scris câre o sarcină de lucru, gradul de dificultate al sarcinilor crescând de la o treaptă la cealaltă. Cine rezolvă toate sarcinile corect va avea satisfacţia de a deveni pilot cosmonaut şi o recompensă suplimentară-imagini cu rachete şi cosmonauţi. După trei aplicaţii, numărul elevilor care au câştigat concursul şi titlut de **<u>Cel mai bun pilot</u>** a crescut de la trei la doisprezece efevii aşteptând cu nerăbdare proba de evaluare , teama ori emoţia fiind înlocuită cu entuziasmul sau bucuria jocului.

Având în vedere coborârea vârstei de şcolarizare, jocul matematic trebuie folosit oră de oră mai ales la clasa I şi a-II-a, deoarece acesta are capacitatea de a antrena toţi elevii clasei, acţionând favorabil şi asupra celor care întâmpină greutăţi în însuşirea cunoştinţelor.

Matematica în viziunea şcolii de astăzi

Prof. înv. primar Cobeanu Mihaela-Elena
Colegiul „Mihail Cantacuzino”, Sinaia
Şcoala Gimnazială „ George Enescu” -Structură

Societatea în care trăim și în care vor trăi generațiile viitoare este determinant influențată de impactul media care are un efect din ce în ce mai hotărâtor asupra vieții noastre sociale, politice, economice, ideologice, culturale. Școala, ca instituție ce are rol de a forma oameni, nu poate sta pe loc, nu poate ignora fenomenele tehnologice actuale, de mare impact asupra copiilor, ci trebuie să analizeze și să răspundă provocărilor actuale, astfel încât eficiența și eficacitatea actului educațional să corespundă cerințelor de azi și de mâine.

Provocarea temei este aceea de a răspunde la mai multe întrebări, printre care cele mai relevante sunt: Școala de astăzi mai poate fi numită un univers al cărților? Se mai pot numi profesorii oameni ai cărților, în condițiile în care era digitală câștigă din ce în ce mai mult teren? Mai sunt interesați copiii de astăzi de învăţătură? Cum putem să dezvoltăm la elevi interesul pentru şcoală, în condițiile în care internetul pare să le acapareze libertatea de a alege, relațiile sociale, timpul și să-i ducă într-o zonă de izolare, de dependență și de trăire într-o lume virtuală?

Pe tărâmul amplei problematici pe care o ridică perioada prezentă pe care o traversăm, învățământul românesc trebuie să-și găsească echilibrul, calitatea și valoarea prin raportarea la tradiție, la cultură, prin învățarea de calitate, de durată, prin lucrul cu cartea, prin pasiunea pentru cunoaştere.

Încă din clasele mici se impune stimularea intelectului, a gândirii logice, a judecăţii matematice la elevi, încât să devină o disciplină plăcută, atractivă, convergentă spre dezvoltarea raţionamentului, creativităţii şi muncii independente.

Scopul învăţământului matematic nu se reduce la latura pur informativă, ci urmăreşte formarea competenţelor în domeniu. Toate cunoştinţele dobândite trebuie să aibă legătură directă cu viaţa , pentru că au o utilitate practică, să ducă la formarea atitudinilor în ceea ce priveşte situaţia-problemă şi, nu în cele din urmă,la conturarea valorilor necesare dezvoltării individuale .

Nouă, învăţătorilor, ne revine rolul de a organiza activitatea de învăţare prin acţiuni care leagă cunoştinţele de practică.

Modalităţile de realizare a caracterului practic-aplicativ în predarea la cls.I-IV sunt multiple:

-învăţarea centrată pe elev;

-combinarea stilurilor de predare (vizual, auditiv, practic/kinetic);

-abordarea conţinuturilor din perspectiva metodelor activ-participative;

-aplicarea pe scară tot mai largă a jocului didactic;

-predarea integrată (interdisciplinară, pluridisciplinară, transdisciplinară);

-învăţarea prin cooperare;

-desfăşurarea unor lecţii cu ajutorul computerului.

Mulţi copii întâmpină dificultăţi în învăţare pentru că nu-şi însuşesc la timp noţiunile, nu înţeleg limbajul, simbolurile atât de des utilizate în matematică. Important este ca învăţătorul să respecte latura practică a matematicii. Odată cu însuşirea noţiunilor matematice prin efort intelectual, elevul învaţă şi anumite tehnici de investigare şi rezolvare cu caracter tot mai general.

Prin modelare, joc didactic, problematizare, învăţarea prin descoperire, elevul este pus în situaţia de a căuta, a descoperi, de a rezolva situaţii noi, neînvăţate anterior. Acestea privesc atât activitatea elevului cât şi pe cea a învăţătorului.

A preda matematica astăzi înseamnă să depăşeşti graniţa manualului, a teoriei şi să găseşti relevanţe în viaţa de zi cu zi, să stârneşti curiozitatea prin formularea de probleme legate de mediul apropiat, de interes al elevului şi să integrezi calculatorul, internetul (atât de familiare tinerei generaţii) ca mijloace de informare şi învăţare eficiente.

Bibliografie:

1. Mihail Roşu –„Metodica predării matematicii în ciclul primar”

2. Miron Ion , Ion Radu - „ Didactica modernă” , Ed..Dacia

3. Cosmovici, Andrei, Iacob,Luminiţa- „Psihologie şcolară”, Ed. Polirom, Iaşi