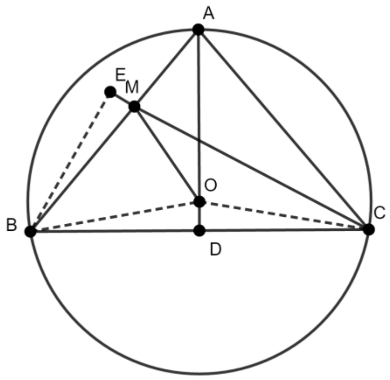
Clasa a 7 a

Barem de corectare

Subiectul 3



În ΔABC, unghiurile B și C au fiecare câte 50°, iar unghiul A are 80°............**1p**

Fie AD⊥BC, rezultă că O ∈ AD, BD = CD = $\frac{BC}{2}$ și

m($\sphericalangle BAD) = m(\sphericalangle CAD) = 40°$...**1p**

Cum m($\sphericalangle ACM) = 20° \Rightarrow m(\sphericalangle BCM) = 30°$...**1p**

Construim BE⊥ $CM, E \in CM$ și obținem BE = BD = $\frac{BC}{2}, iar$

m($\sphericalangle MBE) = 10°$..**1p**

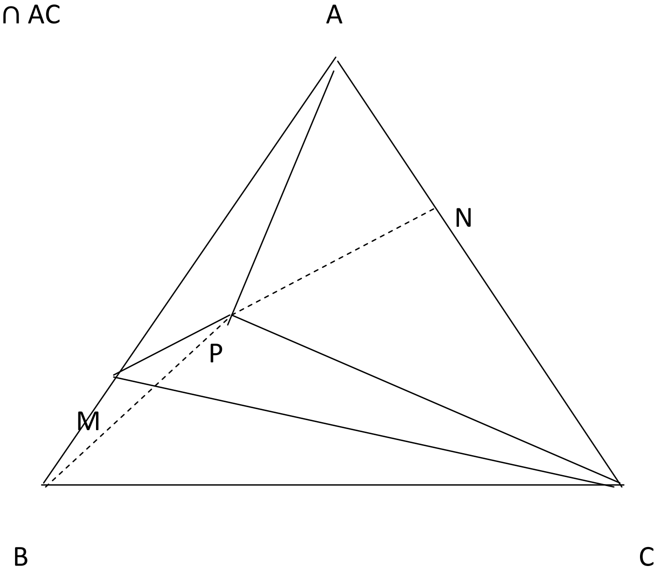
Din OA = OB ⇒ $m(\sphericalangle OBA) = m(\sphericalangle OAB) = 40°$ și $m(\sphericalangle OBD) = 10°$............**1p**

Conform cazului (C.U.), $\Delta BME \equiv \Delta BOD$ **1p**

$\Rightarrow BO = BM \Rightarrow m(\sphericalangle BMO) = \frac{180°-40°}{2}$ = 70° ⇒ $m(\sphericalangle CMO) = m(\sphericalangle BMC) - m(\sphericalangle BMO) = 100° - 70° = 30°$...**1p**

Subiectul 4

Soluție. Fie $\{N\}$ = MP ∩ AC



Triunghiurile AMN și PCN sunt dreptunghice în N . Triunghiul ANP este dreptunghic isoscel și deci AN = PN (1) 2p

Avem ∢ AMN = ∢PCN = 30^{o} (2) 1p

Din (1) și (2) rezultă că ΔAMN ≡ ΔPCN (C.U.). De aici deducem că AM = PC (3) 1p

$\Delta APC \equiv \Delta BPC$ (L.U.L.) de unde rezultă că AP = PB și deci ΔPAB este isoscel 1p

Avem $\sphericalangle PAB$ = $\sphericalangle PBA$ = 15^{o} și din faptul că $\sphericalangle PMA$ =30^{o} obținem $\sphericalangle MPB$=15^{o}............................1p

Prin urmare triunghiul MBP este isoscel cu MP = MB (4)

și din (3) rezultă MP+PC = MB+AM = AB = BC 1p

CLS7 – SUB. 1.

Avem

$$S_A = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \dots + \frac{1}{2018\cdot 2019} + \frac{1}{2019\cdot 2020} =$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2020} =$$

$$= 1 - \frac{1}{2020} = \frac{2019}{2020} \dots\dots\dots\dots \quad 4p$$

2p Observăm că toate elementele lui A sunt numere pozitive. Rezultă că, pentru orice submulțime B a lui A, suma S_B a elementelor lui B va fi cel mult egală cu suma tuturor elementelor lui $A\ (S_A)$

Dar $0 < S_A < 1 \Rightarrow 0 < S_B < 1$,

$\Rightarrow S_B \notin \mathbb{N}, \forall B \subset A.$ 1p olimpiada 2020

cls a VIII a – SUB. 2

Determinați numerele raționale x și y, pentru care

$$\frac{x}{\sqrt{13-2\sqrt{30}}}+\frac{y}{\sqrt{13+2\sqrt{30}}}=\sqrt{10}-3\sqrt{3}.$$

Prof. A. Negrilă

Soluție

Egalitatea dată se mai poate scrie:

$$\sqrt{13-2\sqrt{30}}=\sqrt{13-\sqrt{120}}=\sqrt{\frac{13+7}{2}}-\sqrt{\frac{13-7}{2}}=\sqrt{10}-\sqrt{3}$$

$A=13$; $B=120$; $C^2=A^2-B=49 \Rightarrow C=7$.

Analog se arată că $\sqrt{13+2\sqrt{30}}=\sqrt{10}+\sqrt{3}$. și obținem:

$$\frac{x}{\sqrt{10}-\sqrt{3}}+\frac{y}{\sqrt{10}+\sqrt{3}}=\sqrt{10}-3\sqrt{3} \Leftrightarrow \ldots\ldots 2p$$

$$x(\sqrt{10}+\sqrt{3})+y(\sqrt{10}-\sqrt{3})=7\sqrt{10}-21\sqrt{3} \Leftrightarrow \ldots\ldots 1p$$

$(x+y-7)\sqrt{10}+(x-y+21)\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow$

$(x+y-7)\sqrt{30}=3(y-x-21)$; Cum $x,y\in\mathbb{Q} \Rightarrow \begin{cases} x+y-7\in\mathbb{Q} \\ y-x-21\in\mathbb{Q}\end{cases}$ 1p

1. Dacă $x+y-7\neq 0 \Rightarrow (x+y-7)\sqrt{10}\in\mathbb{R}-\mathbb{Q}$ și egalitatea este falsă. 1p

2. Egalitatea este adevărată numai dacă $x+y-7=0 \Rightarrow y-x-21=0$. Deci 1p

$$\begin{array}{r} x+y=7 \\ -x+y=21 \\ \hline /\ 2y=28 \end{array} \Rightarrow y=14,\ x=-7.$$ 1p