Clasa a 6 a

Barem de corectare

Subiectul 1

a) $61 \in A \Leftrightarrow 24n + 13 = 61 \Leftrightarrow n = 2$...**1p**

$79 \in B \Leftrightarrow 30m + 19 = 79 \Leftrightarrow m = 2$...**1p**

$109 \in A \cap B \Leftrightarrow 109 \in A \Leftrightarrow 24x + 13 = 109 \Leftrightarrow x = 4$ *şi* $109 \in B \Leftrightarrow 30y + 19 = 109 \Leftrightarrow y = 3$...**1p**

b) Fie $z \in A \cap B \Rightarrow z \in A$ *şi* $z \in B \Rightarrow z = 24n + 13$ şi $z = 30m + 19$.............**1p**

$\Rightarrow 24|\ (z + 11)$ şi $30|(z + 11) \Rightarrow z + 11 \in M_{24} \cap M_{30}$.......................................**1p**

$\Rightarrow z + 11 \in \{120,240,360, \ldots.\}$...**1p**

Cum $1080 = 120 \cdot 9$ şi $9960 = 83 \cdot 120 \Rightarrow cardC = 83 - 9 + 1 = 75$ **1p**

Subiectul 4

Notam masura unghiului TOB =k iar măsura unghiului MON=x 1p

$\angle MOT = k; \angle AOS = 8k; \angle SON = 8k$ 2p

$\frac{\sphericalangle AOM}{\sphericalangle NOB} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{16k + x}{2k + x} = \frac{10}{3}$ 1p

$\Rightarrow 48k + 3x = 20k + 10 \Rightarrow x = 4k$ 1p

$\angle SOT = 13k = 52^0 \Rightarrow k = 4^0 \Rightarrow \angle AOB = 22k = 88^0$ 1p

Suplementul sau va avea 92^0 ....1p olimp 2020

cls a VI-a — SUBIECTUL 2

Determinați numerele naturale nenule a, b, c știind că numerele a^5; b^4 și c^3 sunt invers proporționale cu numerele 0,08(3); 0,03125 și respectiv 0,(1) și că este îndeplinită condiția
$0{,}0625 \cdot a^4 \cdot b^6 = 128c^5$.

Prof A. Negrilă

Soluție: Condiția din enunț se mai poate scrie: $\frac{a^5}{12} = \frac{b^4}{32} = \frac{c^3}{9}$, unde

1p $\{ 0{,}08(3) = \frac{83-8}{900} = \frac{75}{900} = \frac{1}{12}$; $0{,}03125 = \frac{3125}{100000} = \frac{1}{32}$; $0{,}(1) = \frac{1}{9}$.

Deci $\frac{a^5}{12} = \frac{b^4}{32} = \frac{c^3}{9} = k \Rightarrow a^5 = 12k$; $b^4 = 32k$; $c^3 = 9k$ 1p

iar $\frac{1}{16} a^4 b^6 = 128c^5 \Rightarrow a^4 b^6 = 2^{11} c^5$ ... 1p

$[5;4;3] = 60 \Rightarrow (a^4)^{60} (b^6)^{60} = (2^{11})^{60} (c^5)^{60} \Leftrightarrow$ ... 1p

$(a^5)^{48} \cdot (b^4)^{90} = 2^{660} (c^3)^{100} \Rightarrow (12k)^{48} \cdot (32k)^{90} = 2^{660} (9k)^{100}$

1p

$2^{96} \cdot 3^{48} k^{48} \cdot 2^{450} k^{90} = 2^{660} \cdot 3^{200} k^{100} \Leftrightarrow$

$2^{546} \cdot 3^{48} \cdot k^{138} = 2^{660} \cdot 3^{200} \cdot k^{100} \Leftrightarrow k^{38} = 2^{114} \cdot 3^{152} \Leftrightarrow$

$k^{38} = (2^3 \cdot 3^4)^{38} \Rightarrow k = 2^3 \cdot 3^4$, de unde rezultă: 1p

$a^5 = 2^5 \cdot 3^5 \Rightarrow a = 6$;

$b^4 = 2^8 \cdot 3^4 \Rightarrow b = 12$

$c^3 = 2^3 \cdot 3^6 \Rightarrow c = 18$.

1p

CLASA a VI-a

Prof. GH. ACHIM
MIZIL

SUBIECTUL 3

Determinați exponentul lui 2 din descompunerea în factori a numărului $1011 \cdot 1012 \cdot \ldots \cdot 2019 \cdot 2020$.

Soluție:

$$1011 \cdot 1012 \cdot \ldots \cdot 2019 \cdot 2020 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 1010 \cdot 1011 \cdot \ldots \cdot 2020}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 1010} = \quad 1p$$

$$= \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 1011 \cdot \ldots \cdot 2019)(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 2018 \cdot 2020)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 1010} = \quad 1p$$

$$= \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 1011 \cdot \ldots \cdot 2019)[(1 \cdot 2)(2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 3) \cdot \ldots \cdot (2 \cdot 1009) \cdot (2 \cdot 1010)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 1010} \quad 2p$$

$$= \frac{(1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 1011 \cdot \ldots \cdot 2019)\cancel{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 1009 \cdot 1010)} \cdot 2^{1010}}{\cancel{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 1010}} =$$

$$= (1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 1011 \cdot \ldots \cdot 2019) \cdot 2^{1010} \quad 1p$$

Deoarece $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 1011 \cdot \ldots \cdot 2019$ este număr impar rezultă că exponentul lui 2 este 1010. } 1p justif. 1p finalizare