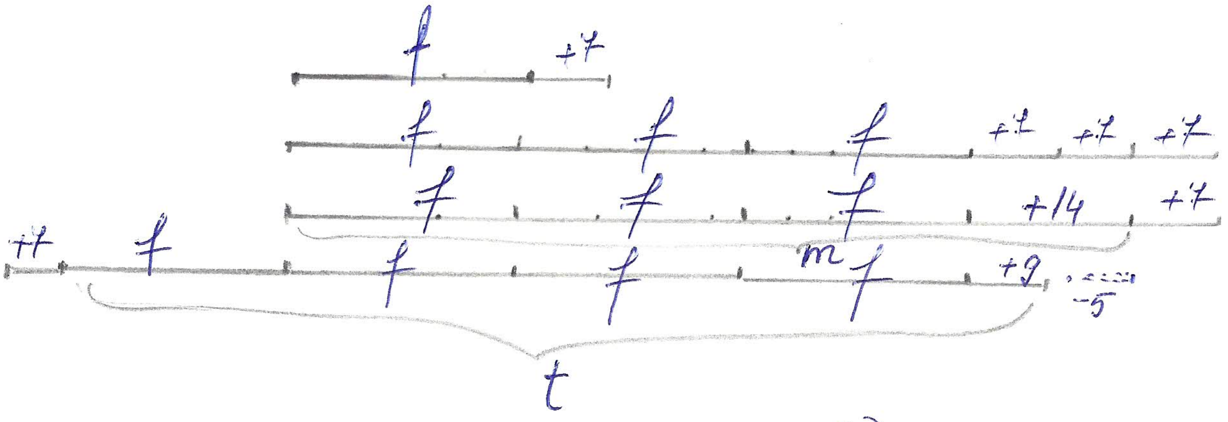
M_1 – cu met. figurativă



(2p)

$108 - 7 \cdot 3 = 87$ (1p)

$f + 3f + 14 + 4f + 9 = 87$ (1p)

$8f = 87 - 23 \rightarrow 8f = 64 \rightarrow f = 8$ (1p)

$m = 3f + 14 = 38$ (1p)

$t = 4f + 9 = 41$ (1p)

M_2 – algebric

$t = m + f - 5$ (1p)

$3(f+7) = m + 7$ (1p)

$m + 7 + f + 7 + t + 7 = 108$ (1p)

$m + f + t = 87$

$3(f+7) + (f+7) + m + \cancel{f} + \cancel{2} = 108 \mid +5$

$3(f+7) + (f+7) + 3(f+7) + f = 113$

$7(f+7) + f = 113$

$8f + 49 = 113 \rightarrow 8f = 64 \rightarrow f = 8$ (2p)

$m = 38$ (1p)

$t = 41$ (1p)

X CLASA a V-a

Demonstrați că pentru orice $n \in N^*$ numărul $a_n = 26^n$ este suma a trei pătrate perfecte nenule.

Năchilă Petre

a)

b) Soluție: 1p. $a_1 = 26 = 1^2 + 3^2 + 4^2$; $a_2 = 26^2 = 6^2 + 8^2 + 24^2$

2p $- \ a_{2n+1} = 26 \cdot 26^{2n} = (1^2 + 3^2 + 4^2) \cdot 26^{2n}$

1p $- \ a_{2n+1} = (26^n)^2 + (3 \cdot 26^n)^2 + (4 \cdot 26^n)^2$

2p $- \ a_{2n+2} = 26^2 \cdot 26^{2n} = (6^2 + 8^2 + 24^2) \cdot (26^n)^2$

1p $- \ a_{2n+2} = (6 \cdot 26)^n + (8 \cdot 26^n)^2 + (24 \cdot 26^n)^2$.

olimp 2020

clsa V[a].

Se consideră numărul natural $n = 8a + 24b - 4$, unde:

$a = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2020}$ și

$b = 1 + 5^2 + 5^4 + 5^6 + \dots + 5^{2020}$.

Stabiliți dacă numărul natural n este pătrat perfect.

Prof. A. Negoiță.

Soluție:

Notăm $3^2 = x$ și obținem:

$a = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{1010} = \frac{x^{1011} - 1}{x - 1} \Rightarrow a = \frac{3^{2022} - 1}{8} \Rightarrow$ 2

$8a = 3^{2022} - 1$.

Notăm $5^2 = y$ și obținem:

$b = 1 + y + y^2 + y^3 + \dots + y^{1010} = \frac{y^{1011} - 1}{y - 1} \Rightarrow b = \frac{5^{2022} - 1}{24} \Rightarrow$ 2

$24b = 5^{2022} - 1$.

Deci $n = 3^{2022} + 5^{2022} - 6$ 1

dar $u(3^{2022}) = u[u(3^{2020}) \cdot u(3^2)] = u(1 \cdot 9) = 9$. 1

$u(5^{2022}) = 5 \Rightarrow u(n) = u(9 + 5 - 6) = 8$. Deci 1

n nu poate fi pătrat perfect.

Prof. GH. ACHIM
MIZIL

CLASA a V-a

Determinați numerele naturale n, respectiv $\overline{abc}$ știind că
$9\cdot(2^a+\overline{bc})+4^n=2020$.

Soluție:

Din $9\cdot(2^a+\overline{bc})+4^n=2020 \Rightarrow$ că: 1) $n\leq 5$
2) $2020-4^n=M_9$. 1

Ținând cont de rel. 1) și 2) $\Rightarrow n\in\{1;4\}$. 1

1) Pentru $n=1 \Rightarrow 9\cdot(2^a+\overline{bc})+4=2020 \Leftrightarrow 9\cdot(2^a+\overline{bc})=2016$
$\Leftrightarrow 2^a+\overline{bc}=224$ 1 (1). Din rel. (1) $\Rightarrow a\geq 7$. Pentru $a=7$
avem $128+\overline{bc}=224 \Rightarrow \overline{bc}=96$, deci $\overline{abc}=796$. 1

Obs. Pentru $a>7 \Rightarrow 2^a+\overline{bc}>224$.

2) Pentru $n=4 \Rightarrow 9\cdot(2^a+\overline{bc})+256=2020 \Leftrightarrow 9\cdot(2^a+\overline{bc})=$
$=1764$ 1 $\Leftrightarrow 2^a+\overline{bc}=196$, (2). Din rel. (2) $\Rightarrow a\geq 7$. 1
Pentru $a=7 \Rightarrow 128+\overline{bc}=196 \Rightarrow \overline{bc}=68$, deci $\overline{abc}=768$.

Obs. Pentru $a>7 \Rightarrow 2^a+\overline{bc}>196$. 1